

8-9 классы

Задача 1. Подарочные коробки.

1 балл.

Эш купила подарки своим друзьям на новый год. Всего подарков получилось 31 шт. Каждый подарок Эш решила завернуть в красивые подарочные коробки, которые она пронумеровала от 1 до 31. Эш заполняла коробки в порядке возрастания номеров, однако, ее отвлекли, и, вернувшись, она забыла, во сколько коробок успела положить подарки.

Чтобы уменьшить количество проверяемых коробок, она действует следующим образом: сначала открывает коробку со средним номером — коробка №16. Затем:

- если коробка №16 пуста, она решает искать первую незаполненную коробку в промежутке от №1 до №15, открывает опять среднюю — коробка №8 — и повторяет процедуру;
- если коробка №16 заполнена, то нужную она ищет между №17 и №31, открывает среднюю коробку — №24 — и повторяет процедуру.

После всех действий Эш обнаружила, что заполнены были коробки от №1 до №14 включительно. Сколько коробок ей пришлось открыть? В ответе запишите последовательность коробок, которые открывала Эш, а также общее число открытых коробок.

Задача 2. Шифрованные сообщения

2 балла.

Эш и Боб изобрели устройство, по которому они передают сообщения, состоящие из букв русского алфавита в зашифрованном виде. Каждая буква алфавита шифруется в виде пятизначной последовательности нулей и единиц (буквы Е и Ё считаются одной буквой; прописные и строчные буквы тоже считаются одной буквой, поэтому алфавит состоит из 32 букв). Каждая буква шифруется двоичным кодом номера данной буквы в русском алфавите (например, буква А кодируется как 00000, Б – 00001, ... Ю – 11110, Я – 11111).

Передача шифрованного сообщения производится по кабелю, состоящему из 5 проводов, каждый провод передает один двоичный разряд. Эш и Боб решили обменяться сообщениями.

Эш отправила Бобу сообщение, которое состоит из 1ой буквы. К сожалению, Боб перепутал провода и у него получилась буква «З».

1. Найдите все варианты сообщений, которые при этом могла передать Эш. В ответ введите последовательность русских букв в алфавитном порядке без пробелов, например: АБВГД. Букву «З» в ответ записывать не нужно.

Боб отправил Эш сообщение «Ключ».

2. Запишите кодовую последовательность, которая получится при передаче этого сообщения. В ответе введите последовательность 0 и 1 без пробелов, например: 001010101.

Задача 3. Инверсия.

4 балла.

Исполнителю Бобу на вход подается трехзначное число в восьмеричной системе счисления. Исполнитель работает по следующим правилам:

1. Переводит число в двоичную систему счисления.
2. Применяет операцию инверсии ко всем цифрам числа (меняет все цифры на противоположные; например, из числа 110101, получим 1010).

Необходимо найти:

1. Минимальное число, которое может быть получено в результате работы исполнителя. Ответ записать в восьмеричной системе счисления.
2. Максимальное число, которое может быть получено в результате работы исполнителя. Ответ записать в восьмеричной системе счисления.

Ответы необходимо обосновать.

Задача 4. Танец.

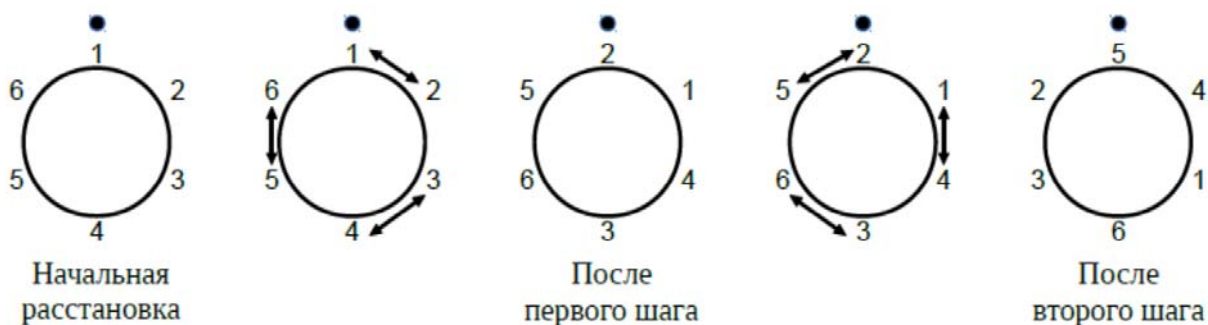
10 баллов.

Для исполнения большого танца в круг выстроилось N танцоров (N чётное). Пронумеруем танцоров числами от 1 до N начиная от подиума по часовой стрелке.

На каждом шаге танца танцоры разбиваются на пары (пару образуют два соседних по кругу танцора), и танцоры в паре меняются местам, причём на первом и всех последующих нечётных шагах танцор, стоящий в начале круга, образует пару с танцором, стоящим рядом с ним по часовой стрелке. Также пару образуют два танцора, следующие за ними по часовой стрелке, и т. д.

На втором шаге и всех шагах с чётными номерами танцор, стоящий в начале круга, образует пару с танцором, стоящим рядом с ним против часовой стрелки. Два танцора, следующие за ними против часовой стрелки, также образуют пару и т. д.

На рисунке изображена начальная расстановка для $N = 6$ танцоров и два следующих шага танца. Расположение подиума отмечено точкой.



Пусть по кругу стоят $N = 8$ танцоров. Ответьте на вопросы.

1. (1 балл) Через сколько шагов после начала танца танцоры 1 и 8 снова окажутся рядом? Напишите число 0, если такого не случится никогда.
2. (1 балл) Через сколько шагов после начала танца соседями танцора 1 будут танцоры 6 и 8? Напишите число 0, если такого не случится никогда.

3. (1 балл) Через сколько шагов после начала танца танцоры 3 и 7 окажутся рядом? Напишите число 0, если такого не случится никогда.
4. (1 балл) Танцор с каким номером окажется у подиума через 2017 шагов?

Пусть по кругу стоят $N = 200$ танцоров. Ответьте на вопросы.

5. (2 балла) Танцор с каким номером будет у подиума после 218-го шага?
6. (2 балла) Через сколько шагов после начала танца у подиума окажется танцор с номером 179? Напишите число 0, если такого не случится никогда.
7. (2 балла) Через сколько шагов после начала танца соседями танцора номер 1 в пятый раз будут танцоры номер 56 и 58? Напишите число 0, если такого не случится никогда.

Ответом на это задание служат семь целых чисел, которые являются ответами на данные вопросы в таком же порядке. Необходимо записать в ответе ровно семь чисел в семи строках. Если вы не можете дать ответ на какой-либо вопрос, напишите вместо ответа любое число. Если ответом на вопрос может быть несколько чисел, нужно выбрать наименьшее из них.

Задача 5. Наибольшее число

5 баллов.

Ниже записана программа. Получив на вход число x , эта программа печатает два числа A и B . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых программа печатает сначала 2, а потом 3.

Код программы на языке C++:

```
#include <iostream>

using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int x,A=0,B=0;
    cin >> x;
    while (x>0) {
        A++;
        if (x%2 == 0 && x%10 > 2*B)
            B = x%10/2;
        x/=10;
    }
    A/=2;
    cout << A << endl << B << endl;
    return 0;
}
```

Код программы на языке Pascal:

```

var
    x,A,B: integer;
begin
    A := 0;
    B := 0;
    readln(x);
    while x>0 do begin
        Inc(A);
        if (x mod 2 = 0) and (x mod 10 > 2*B) then
            B := x mod 10 div 2;
        x := x div 10;
    end;
    A:=A div 2;
    writeln(A);
    writeln(B);
end.

```

Код программы на языке Python:

```

A = 0
B = 0
x = int(input())
while x>0:
    A+=1;
    if (x % 2 == 0) and (x % 10 > 2*B):
        B = x % 10 // 2
        x = x // 10
A //= 2
print(A)
print(B)

```

Задача 6. Игра в считалку

7 баллов.

Написать программу.

В кругу стоят N человек. Для выбора определенного человека произносится считалка, которая состоит из определенного количества слов (всего в считалке M слов). Каждое слово указывает на одного человека в кругу: первое на первого, второе на второго и т.д. После N -го человека снова идет первый человек.

Определите, на какого по счету человека придется последнее слово считалки.

Входные данные: два целых положительных числа N и M , где N – количество человек в кругу, M – количество слов в считалке.

Выходные данные: программа должна вывести одно целое число от 1 до N – номер человека в кругу, на которого придется последнее слово считалки.

Пример

Входные данные	Выходные данные
10 15	5

Задача 7. Отличница.

7 баллов.

Написать программу.

Эш и Боб учатся в школе. На уроках ответы учеников оцениваются целым числом баллов от 2 до 5. Итоговая оценка выводится как среднее арифметическое всех оценок за предмет, округленное до ближайшего целого. Если среднее значение находится ровно посередине между двумя целыми числами, то оценка округляется вверх. Эш стремится получить за четверть все «5».

На уроках Эш получила a двоек, b троек, c четверок и d пятерок.

Боб решил помочь Эш и написать программу, которая автоматически посчитает минимальное количество пятерок, которое необходимо получить Эш для того, чтобы ее итоговая оценка по предмету равнялась 5 баллам.

Входные данные: четыре целых числа a, b, c, d – количество двоек, троек, четверок и пятерок, полученных Эш по определенному предмету.

Выходные данные: целое число, которое определяет минимальное количество пятерок, которые необходимо получить Эш, чтобы ее итоговая оценка равнялась 5 баллам.

Пример

Входные данные	Выходные данные
0 0 2 4	0
1 1 2 5	5

10-11 классы

Задача 1.

2 балла.

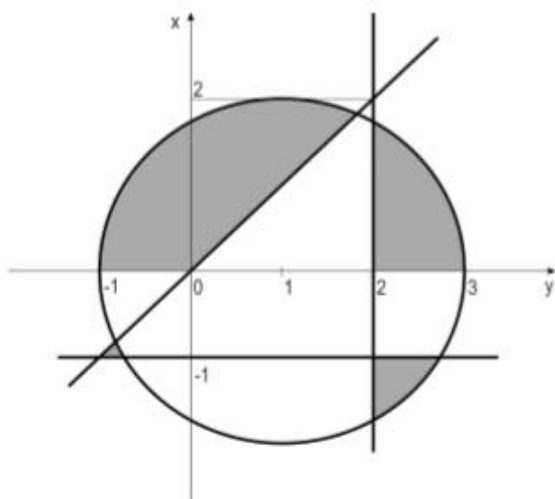
Сколько чисел, принадлежащих отрезку $[1;5018]$

- a) делятся на 4?
- b) делятся на 6?
- c) делятся на 8?
- d) делятся на 4 и 6?
- e) делятся на 6 или 8?
- f) делятся на 4 и 6 или 8?

Задача 2.

2 балла.

На любом языке программирования запишите условие, которое является истинным, когда точка a с координатами (x,y) лежит в закрашенной области (в том числе и на границах).



Укажите, на каком языке программирования записано условие.

Задача 3.

2 балла.

Для какого наибольшего целого значения a логическое выражение

$$(y - 2x + 7 \neq 0) \vee (a < 4x + 1) \vee (a < 6y)$$

тождественно истинно для любых натуральных положительных x и y .

Задача 4.

2 балла.

Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_1) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) = 1 \\ (x_4 \rightarrow x_3) \wedge (x_5 \rightarrow x_6) \wedge (x_6 \rightarrow x_5) = 1 \\ (x_7 \rightarrow x_8) \wedge (x_8 \rightarrow x_7) \wedge (x_9 \rightarrow x_{10}) = 1 \end{cases}$$

где x_1, \dots, x_{10} – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполняются данные равенства. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

Задача 5.

2 балла.

Ниже записана программа. Получив на вход число x , эта программа печатает два числа A и B . Укажите наибольшее из таких чисел x , при вводе которых программа печатает сначала 2, а потом 3.

Код на C++

```
#include <iostream>

using namespace std;
int main(int argc, char **argv)
{
    int x,A=0,B=0;
    cin >> x;
    while (x>0) {
        A++;
        if (x%2 == 0 && x%10 > 2*B)
            B = x%10/2;
        x/=10;
    }
    A/=2;
    cout << A << endl << B << endl;
    return 0;
}
```

Код на Pascal

```
var
    x,A,B: integer;
begin
    A := 0;
    B := 0;
    readln(x);
    while x>0 do begin
        Inc(A);
        if (x mod 2 = 0) and (x mod 10 > 2*B) then
            B := x mod 10 div 2;
        x := x div 10;
    end;
    A:=A div 2;
    writeln(A);
    writeln(B);
end.
```

Код на Python

```
A = 0
B = 0
x = int(input())
while x>0:
    A+=1;
    if (x % 2 == 0) and (x % 10 > 2*B):
        B = x % 10 // 2
        x = x // 10
A //= 2
print(A)
print(B)
```

Задача 6.

5 баллов.

Написать программу, решающую следующую задачу. Дано N целых чисел. Найти наибольшее число, являющееся произведением трех из данных чисел.

Задача 7.

5 баллов.

Рассмотрим последовательность чисел a_i , $i = 0, 1, 2, \dots$, удовлетворяющую следующим требованиям:

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = 1$$

$$a_{2i} = a_i$$

$$a_{2i+1} = a_i + a_{i+1}$$

для $i = 1, 2, \dots$. Напишите программу, определяющую для заданного значения $1 < n \leq 10^4$ наибольшее среди чисел a_0, a_1, \dots, a_n .