Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании
кафедры математики и физики
«14» мая 2019г., протокол №9
зав. кафедрой ________ А.П. Горюшкин

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

Б1.В.04 «Математика»

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профили подготовки: «Начальное образование» и «Математика»

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Курс 1, 2 **Семестр** 1-4

Зачет: 1, 3 семестр

Экзамен: 2 семестр

Зачет с оценкой 4 семестр

Год начала подготовки (по учебному плану) 2018

Петропавловск-Камчатский
2019 г.

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «09» февраля 2016 года № 91.

Разработчик(и):

Профессор кафедры математики и физики

(должность, кафедра)

_______________________ А. П. Горюшкин

(подпись)

СОДЕРЖАНИЕ

Цель освоения дисциплины – обеспечение высокого уровня профессиональных знаний и умений учителя начальных классов, необходимых ему для решения вопросов обучения младших школьников. Студент должен отчетливо усвоить фундаментальные идеи математики, значение важнейших ее результатов и овладеть техникой доказательств.

Задачи освоения дисциплины:

1. Формирование системы знаний и умений, связанных с содержанием курса математики.
2. Актуализация межпредметных связей, способствующих пониманию особенностей математического образования.
3. Развитие математической культуры будущего преподавателя математики.
4. Приобретение опыта применения базовых математических знаний и основ математического моделирования.
5. Активизация познавательной деятельности студентов в области математики и математического моделирования.
6. Стимулирование самостоятельной работы студентов по освоению содержания дисциплины и формированию необходимых компетенций.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Б.1. Цикл математических и естественнонаучных дисциплин (вариативная часть). Для изучения дисциплины необходимы знания, умения и компетенции, полученные обучающимися на занятиях по математике в средней общеобразовательной школе. Освоение дисциплины «Математика» является необходимой базой для изучения дисциплин «Теория и технология обучения математике в начальной школе», прохождения педагогической практики.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки:

Код компетенции	Наименование компетенции	Универсальные дескрипторы сформированности компетенции
ОК-3	Способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	**Знать:** основные характеристики и этапы развития естественнонаучной картины мира; место и роль человека в природе; основные способы математической обработки данных; основы современных технологий сбора, обработки и представления информации; способы применения естественнонаучных и математических знаний в общественной и профессиональной деятельности; современные информационные и коммуникационные технологии; понятие «информационная система», классификацию информационных систем и ресурсов. **Уметь:** ориентироваться в системе математических и естественнонаучных знаний как целостных представлений для

		формирования научного мировоззрения; применять понятийно-категориальный аппарат, основные законы естественнонаучных и математических наук в социальной и профессиональной деятельности; использовать в своей профессиональной деятельности знания о естественнонаучной картине мира; применять методы математической обработки информации; оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учётом решаемых профессиональных задач; управлять информационными потоками и базами данных для решения общественных и профессиональных задач. **Владеть:** навыками использования естественнонаучных и математических знаний в контексте общественной и профессиональной деятельности; навыками математической обработки информации.
ОК-6	Способность к самоорганизации и самообразованию	**Знать:** социально-личностные и психологические основы самоорганизации; основные функциональные компоненты процесса самоорганизации (целеполагание, анализ ситуации, планирование, самоконтроль и коррекция); основные мотивы и этапы самообразования; типы профессиональной мобильности (вертикальная и горизонтальная); структуру профессиональной мобильности (внутренняя потребность в профессиональной мобильности, способность и знаниевая основа профессиональной мобильности, самоосознание личностью своей профессиональной мобильности, сформированное на основе рефлексии готовности к профессиональной мобильности); условия организации профессиональной мобильности; различные виды проектов, их суть и назначение; общую структуру концепции проекта, понимает ее составляющие и принципы их формулирования; о концепциях (концептуальных моделях) проектов в будущей профессиональной деятельности; о правовых и экономических основах разработки и реализации проектов в будущей профессиональной деятельности; системы и

		стандарты качества, используемые в будущей профессиональной деятельности; принципы, критерии и правила построения суждений, оценок. **Уметь**: в рамках поставленной цели сформулировать взаимосвязанные задачи, обеспечивающие ее достижение, а также результаты их выполнения; выбирать оптимальный способ решения задачи, учитывая предоставленные в проекте ресурсы и планируемые сроки реализации данной задачи; представлять в виде алгоритма (по шагам и видам работ) выбранный способ решения задачи; определять время, необходимое на выполнение действий (работ), предусмотренных в алгоритме; документально оформлять результаты проектирования; реализовывать спроектированный алгоритм решения задачи (т. е. получить продукт) за установленное время; оценивать качество полученного результата; грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; оставлять доклад по представлению полученного результата решения конкретной задачи, учитывая установленный регламент выступлений; видеть суть вопроса, поступившего в ходе обсуждения, и грамотно, логично, аргументировано ответить на него; видеть суть критических суждений относительно представляемой работы и предложить возможное направление ее совершенствования в соответствии с поступившими рекомендациями и замечаниями. **Владеть:** способностью формулировать в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение, определять ожидаемые результаты решения выделенных задач; навыками решения конкретных задач проекта заявленного качества за установленное время; навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи проекта; навыками самообразования, планирования собственной деятельности, оценки результативности и

		эффективности собственной деятельности; навыками организации социально-профессиональной мобильности.
ПК-4	Способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	**Знать:** специфику начального общего, основного общего, среднего общего образования и особенности организации образовательного пространства в условиях образовательной организации; основные психолого-педагогические подходы к проектированию и организации образовательного пространства (культурно-исторический, деятельностный, личностный) для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета; основные характеристики и способы формирования безопасной развивающей образовательной среды; современные педагогические технологии реализации компетентностного подхода с учетом возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся; методы и технологии поликультурного, дифференцированного и развивающего обучения. **Уметь:** применять современные образовательные технологии, включая информационные, а также цифровые образовательные ресурсы для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения; разрабатывать и реализовывать проблемное обучение, осуществлять связь обучения по предмету (курсу, программе) с практикой, обсуждать с обучающимися актуальные события современности; поддерживать в детском коллективе деловую, дружелюбную атмосферу для обеспечения безопасной развивающей образовательной среды; формировать и реализовывать программы развития универсальных учебных действий, образцов и ценностей социального поведения. **Владеть:** навыками планирования и организации учебно-воспитательного процесса, ориентированного на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов обучения; навыками

		регулирования поведения обучающихся для обеспечения безопасной развивающей образовательной среды.

4. Содержание дисциплины

ДЕ 1. Множество

Множество – основное понятие математики. Множества и отношения между ними. Способы задания множеств. Свойство элементов множества. Перечисление элементов множества. Операции над множествами. Наглядное изображение множеств . Множества решений уравнений и неравенств. Равные множества.

Подмножества. Эффективность. Свойства отношения включения. Операции над множествами . Пересечение множеств. Объединение множеств. Дополнение и разность.

Алгебра множеств. Законы операций над множествами. Алгебра высказываний. Законы алгебры множеств. Симметрическая разность. Декартово произведение множеств.

Соответствия. Граф и график соответствия. Образы и прообразы. Взаимно однозначное отображение.

ДЕ 2. Алгебра логики

Элементы логики. Высказывания и операции над ними. Законы логики высказываний. Предикаты и операции над нимиЛогическое следствие и равносильность в алгебре предикатов. Законы логики предикатов.

ДЕ 3. Аксиоматическая теория

Аксиоматический метод. Аксиомы и правила вывода. Свойства аксиоматических теорий. Примеры аксиоматических теорий. Математическое доказательство. Теорема дедукции. Приемы доказательств. Строение теоремы

ДЕ 4. Понятие

Понятия, способы определения понятий. Определяемые и неопределяемые понятия. Определение через род и видовое отличие

ДЕ 5. Отношение

Отношения и соответствия. Бинарные отношения. Операции над отношениями. Свойства бинарных отношений. Основные виды бинарных отношений. Функциональные отношения. Функция как частный случай бинарного отношения.

ДЕ 6. Операция

Алгебраическая операция. Свойства двуместных операций. Аддитивный и мультипликативный языки. О понятии изоморфизма. Отношения порядка. Связь порядка и операций. Максимальные и минимальные элементы.

ДЕ 7. Эквивалентность

Отношение эквивалентности. Эквивалентность и разбиение множества на смежные классы. От предпорядка через эквивалентность к порядку. Связь эквивалентности с другими отношениями. Примеры отношений эквивалентности. Логическое следствие и равносильность в алгебре высказываний. Проблема упрощения.

ДЕ 8. Конечное множество

Равномощность. Мощность. Собственное подмножество. Конечные множества Сравнение мощностей. Наименьшая и наибольшая конечные мощности. Операции над конечными множествами. Бесконечные множества. Комбинаторные задачи

ДЕ 9. Числовая функция

. **Свойства числовых функций.** Прямая пропорциональность. Выпуклость и вогнутость. Обратная пропорциональность

ДЕ 10 Уравнение

Свойства уравнений. Системы и совокупности уравнений. Теоремы о равносильности уравнений. Равносильные преобразования уравнений Уравнения с двумя переменными Уравнение линии. Уравнение прямой. Уравнение окружности. Уравнение гиперболы

ДЕ 10 Неравенство

Свойства неравенств. Системы и совокупности неравенств. Теоремы о равносильности неравенств. Равносильные преобразования неравенств.

ДЕ 12. Целое неотрицательное число

Понятие целого неотрицательного числа. Конечная мощность. Равномощность. Конечные множества и операции над ними. Система целых неотрицательных чисел. Отношение равенства и порядка на множестве целых неотрицательных чисел.

Свойства множества целых неотрицательных чисел. Наименьший и наибольший элементы в **Z0.** Линейная упорядоченность. Свойство минимальности.

ДЕ 13. Сумма

Объединение конечных множеств. Определение суммы целых неотрицательных чисел через объединение множеств. Существование суммы целых неотрицательных чисел и ее единственность . Законы сложения.

ДЕ 14 . Разность

Дополнение. Вычитание целых неотрицательных чисел. Определение разности целых неотрицательных чисел через дополнение множеств. Существование разности целых неотрицательных чисел и ее единственность. Связь вычитания со сложением.

ДЕ 15. Произведение

Декартово произведение конечных множеств. Определение произведения целых неотрицательных чисел через декартово произведение множеств. Существование произведения целых неотрицательных чисел и его единственность. Определение произведения через сумму. Законы умножения.

ДЕ 16. Частное

Разбиение множеств анна классы. Определение частного целого натурального числа на натуральное через разбиение множества на классы. Существование и единственность частного. Связь деления с умножением. Деление с остатком.

ДЕ 17. Аксиоматическая арифметика

Аксиоматическое построение системы целых неотрицательных чисел. Аксиомы Пеано. Непротиворечивость, категоричность, независимость аксиоматики. Полнота содержательной арифметики и неполнота формальной. Метод математической индукции.

Сложение и умножение в аксиоматической арифметике. Определение сложения и умножения целых неотрицательных чисел. Свойства сложения и умножения в аксиоматической теории целых неотрицательных чисел.

Вычитание и деление в аксиоматической теории целых неотрицательных чисел. Вычитание в аксиоматической теории целых неотрицательных чисел. Деление в аксиоматической теории целых неотрицательных чисел. Невозможность деления на нуль

Свойства множества целых неотрицательных чисел. Бесконечность множества целых неотрицательных чисел. Упорядоченность множества целых неотрицательных чисел. Вполне упорядоченность множества целых неотрицательных чисел. Монотонность сложения и умножения целых неотрицательных чисел. Дискретность порядка на множестве целых неотрицательных чисел.

ДЕ 18. Натуральное число

Аксиоматическое определение системы натуральных чисел. Понятие отрезка натурального ряда. Счет элементов конечного множества. Порядковые и количественные натуральные числа. Система целых чисел

ДЕ 19. Позиционная система счисления

Теория чисел – основа арифметических действий. Теорема о делении с остатком. Позиционная система счисления. Алгоритмы арифметических действий в позиционной системе счисления. Сложение. Умножение. Вычитание . Деление с остатком. Перевод числа из одной системы в другую

ДЕ 20. Делимость

Отношение делимости на множестве целых чисел. Простые числа. Основная теорема арифметики. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Делимость суммы, разности, произведения. Признаки делимости в десятичной системе счисления. О нерешенных задачах арифметики

ДЕ 21. Расширение числовой системы

Расширение множества целых неотрицательных чисел. Рациональные числа Соизмеримые отрезки и рациональные числа. Система рациональных чисел. Обыкновенные дроби и рациональные числа . Существование системы рациональных чисел. Десятичные дроби. Еще одна арифметическая интерпретация системы рациональных чисел
Законы сложения и умножения рациональных чисел. Свойства множества рациональных чисел

ДЕ 22. Непрерывность

Геометрическая интерпретация системы рациональных чисел. Несоизмеримые отрезки. Понятие непрерывности. Точек на прямой больше чем рациональных чисел

ДЕ 23. Действительное число

Арифметическая модель системы действительных чисел. Равносильные определения непрерывности. Школьная модель системы действительных чисел. Законы сложения и умножения действительных чисел. Геометрическая иллюстрация для арифметической модели системы действительных чисел. Арифметическая интерпретация для аксиоматики системы действительных чисел

ДЕ 24. Геометрическая модель R+

Геометрическая модель системы положительных действительных чисел. Классическая интерпретация произведения двух и трех действительных положительных чисел. Иррациональные числа. Числовые системы. Понятие о наибольшей числовой системе

ДЕ 25. Величина

Величины и измерение. Величина. Основные свойства аддитивных скалярных величин. Измерение величины. Систем величин и система измеряемых объектов. Различные подходы к введению аддитивно-скалярных величин. Величины, рассматриваемые в начальной школе.

ДЕ 26. Длина

Длина отрезка. Свойства длины . Измерение длины. Отрезок на числовой прямой. Отрезок на плоскости. Длина окружности. Спрямляемость. Примеры спрямляемых и неспрямляемых линий.

ДЕ 27. Площадь

Понятие площади. Свойства площади. Равновеликость и равносоставленность. Способы измерения площадей. Площадь круга. Квадрируемость. Примеры квадрируемых и неквадрируемых фигур.

ДЕ 28. Объем

Понятие объема. Свойства объема. Объем куба. Кубируемость. Примеры кубируемых и некубируемых тел.

ДЕ 29. Единица измерения величины

Понятие единицы измерения. Единицы длины. Единицы площади. Единицы измерения плоских углов. Единицы массы. Единицы времени. Единицы измерения основных физических величин.

ДЕ 30. Геометрическая фигура

Геометрическая фигура как множество точек. Размерность. Задание точечного множества характеристическим свойством его элементов. Определяемые и неопределяемые понятия геометрии. Геометрические фигуры, изучаемые в начальной школе; их определения, свойства и признаки. Формула Эйлера. Правильные многогранники.

ДЕ 31. Геометрическое построение

Геометрические построения циркулем и линейкой. Этапы решения задачи на построение. Методы решения геометрических задач на построение. Построение отрезка заданной длины. Классические задачи на построение.

ДЕ 32. Преобразование

Преобразования плоскости и пространства. Движения. Подобие. Центральное подобие. Использование преобразований при решении задач на построение ципкулем и линейкой.

ДЕ 33. Изображение

Изображение пространственных фигур. Параллельное проектирование. Изображение многогранников. Изображение цилиндра, конуса и шара

4. Тематическое планирование

Тематическое планирование на 1 семестр

Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Множества и отношения	18	20	0	16	34
	Всего	18	20	0	16	34

Тематический план

Модуль 1

№ темы	Тема	Вид занятий	Кол-во часов	**Компетенции по теме**
	Лекции			
1	Понятие множества	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Отношения между множествами	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Операции над множествами	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Подмножества	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Свойства отношения включения	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Операции над множествами	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Законы операций над множествами	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Декартово произведение множеств	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Граф и график соответствия	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
	Практические занятия (семинары)			
1	Понятие множества	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Отношение включения для множеств	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Операции над множествами	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Подмножества	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Элементы комбинаторики	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Соответствия.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Бинарные отношения	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Мощность	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Числовые функции	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Уравнение линии	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
	Самостоятельная работа			ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Понятие множества	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4

2	Отношения между множествами	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Операции над множествами	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Подмножества	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Свойства отношения включения	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Операции над множествами	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Законы операций над множествами	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Декартово произведение множеств	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4

Тематическое планирование на 2 семестр
Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Элементы логики	18	20	0	16	54
	Всего	18	20	0	16	54

Тематический план
Модуль 1

№ темы	**Тема**	**Вид занятий**	**Кол-во часов**	**Компетенции по теме**
	Лекции			ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Высказывания и операции над ними	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Законы логики высказываний	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Предикаты и операции над ними	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Логическое следствие и равносильность	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Законы логики предикатов	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Аксиоматический метод	Лек	2	ОК-3; ОК-6;

				ПК-4
7	Свойства аксиоматических теорий	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Дедукция	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Понятия, способы определения понятий	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
	Практические занятия (семинары)			
1	Логические операции	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Свойства логических операций	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Законы логики	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Формулы с кванторами	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Отрицание формул	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Логическое следствие и логическая равносильность	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Определение понятия через род и видовое отличие	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Аксиоматический метод	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Связь между операциями над множествами и логическими операциями	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Запись предложений в виде формул алгебры предикатов	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
	Самостоятельная работа			
1	Высказывания и операции над ними	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Законы логики высказываний	Сам.р.	2	ОК-3;

				ОК-6; ПК-4
3	Предикаты и операции над ними	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Логическое следствие и равносильность	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Законы логики предикатов	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Аксиоматический метод	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Свойства аксиоматических теорий	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Дедукция	Сам.р.	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4

Тематическое планирование на 3 семестр

Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Целые неотрицательные числа	18	20	0	70	108
	Всего	18	20	0	70	108

Тематический план

Модуль 1

№ темы	Тема	Вид занятий	Кол-во часов	**Компетенции по теме**
	Лекции			
1	Аксиомы Пеано	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Тождества Грассмана	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Целые неотрицательные числа	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Свойства сложения	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4

5	Теорема о делении с остатком	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Целые числа	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Теория чисел как теоретическая основ арифметических операций	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Свойства умножения	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Связь сложения и умножения	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
	Практические занятия (семинары)			
1	Сложение целых неотрицательных чисел в теоретико-множественной модели	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Умножение целых неотрицательных чисел в теоретико-множественной модели	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Деление целых неотрицательных чисел в теоретико-множественной модели	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Аксиомы Пеано	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Вычитание и деление в системе Пеано	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Свойства множества целых неотрицательных чисел	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Отрезок натурального ряда	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Теорема о делении с остатком	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Отношение делимости	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Простые и составные числа	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
	Контроль самостоятельной работы			

	Самостоятельная работа			
1	Аксиомы Пеано	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Тождества Грассмана	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Целые неотрицательные числа	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Теория чисел как теоретическая основ арифметических операций	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Свойства сложения	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Свойства умножения	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Связь сложения и умножения	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4

Тематическое планирование на 4 семестр

Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Действительные числа и элементы геометрии	18	20	0	34	72
	Всего	18	20	0	34	72

Тематический план

Модуль 1

№ темы	Тема	Вид занятий	Кол-во часов	**Компетенции по теме**
	Лекции			
1	Аксиоматика рациональных чисел	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Арифметическая модель системы рациональных чисел	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Непрерывность	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4

4	Сечения Дедекинда	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Арифметическая модель системы действительных чисел	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Модель Дедекинда	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Геометрическая интерпретация системы действительных чисел	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Равновеликость и равносоставленность	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Величины и измерение	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
	Практические занятия (семинары)			
1	Аксиоматика рациональных чисел	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Арифметическая модель системы рациональных чисел	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Непрерывность	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Сечения Дедекинда	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Арифметическая модель системы действительных чисел	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Модель Дедекинда	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Геометрическая интерпретация системы действительных чисел	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Равновеликость и равносоставленность	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Величины и измерение	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Геометрические построения	Пр/сем	2	ОК-3;

				ОК-6; ПК-4
	Самостоятельная работа			
1	Аксиоматика рациональных чисел	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Арифметическая модель системы рациональных чисел	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Непрерывность	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Сечения Дедекинда	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Арифметическая модель системы действительных чисел	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Модель Дедекинда	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Геометрическая интерпретация системы действительных чисел	Сам.р.	4	ОК-3; ОК-6; ПК-4

6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам семинарских занятий, выполнение практических заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- изучение литературы; осмысление изучаемой литературы;
- работа в информационно-справочных системах;
- аналитическая обработка текста (конспектирование, реферирование);
- составление плана и тезисов ответа в процессе подготовки к занятию;
- решение психологических задач;
- подготовка сообщений по вопросам семинарских занятий и др.

6.1. Планы семинарских и практических занятий

Семестр 1

Практическое занятие № 1

Тема: Понятие множества

Задачи для работы в аудитории

1. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных целых чисел, *B* - множество целых чисел, кратных 10, *C* - множество натуральных чисел, кратных пяти.
2. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество целых чисел, кратных 7; *B* - множество целых чисел, кратных 3, *C* - множество натуральных чисел, кратных 21.
4. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* – множество целых чисел, кратных 6, *B* – множество целых чисел, кратных 4, *C* - множество натуральных чисел, кратных 12.
3. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество остроугольных треугольников, *B* - множество равнобедренных треугольников, *C* - множество тупоугольных треугольников.
5. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество целых чисел, кратных 12; *B* – множество целых чисел, кратных 6, *C* - множество натуральных чисел, кратных 8.

Задачи для самостоятельной работы

1. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество ромбов, *B* - множество пятиугольников, *C* - множество многоугольников, содержащих угол 60^{o}.
2. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество трапеций; *B* - множество четырехугольников, имеющих прямой угол, *C* - множество параллелограммов.
3. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных чисел, *B* – множество чисел, кратных 3, *C* - множество чисел, кратных 4.
4. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных чисел; *B* – множество простых чисел, *C* - множество составных чисел.
5. Каждая из 30 невест красивая, воспитанная или умная. Воспитанных невест – 21, красивых – 18, умных – 15, красивых и воспитанных – 11, умных и воспитанных – 9, умных и красивых – 7. Сколько невест обладает всеми тремя качествами?

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать свойством элементов.
Пусть предикат $P(x)$ задает множество A, а предикат $Q(x)$ - множество B. Какая связь между предикатами $P(x)$ и $Q(x)$, если множества A и B равны?
Пусть предикат $P(x)$ задает множество A, а предикат $Q(x)$ - множество B. Какая связь между предикатами $P(x)$ и $Q(x)$, если множество A является подмножеством множества B?
Пусть предикат $P(x)$ задает множество A, а предикат $Q(x)$ - множество B. Какая связь между предикатами $P(x)$ и $Q(x)$, если множества A и B не пересекаются?
Почему любая математическая теорема может быть сформулирована в виде предложения: «множество A является подмножеством множества B»?

Почему необходимое и достаточное условие - это утверждение о равенстве двух множеств?
Почему необходимое (или достаточное) условие - это утверждение о том, что одно множество является подмножеством другого?

Практическое занятие № 2

Тема: Отношение включения для множеств
<u>Задачи для работы в аудитории</u>

1. Известно, что M – множество мальчиков класса, R – множество учащихся класса, занимающихся в кружке по рисованию. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R = \varnothing$.
2. Известно, что M – множество спортсменов класса, R – множество отличников класса. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R \neq \varnothing$.
3. Известно, что M – множество желтых цветов в вазе, R – множество роз в вазе. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R \neq \varnothing$.
4. Известно, что M – множество студентов, окончивших педагогическое училище, R – множество отличников группы. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R \neq \varnothing$.
5. Известно, что M – множество девочек класса, R – множество учащихся класса, сидящих за первыми партами. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R \neq \varnothing$.

Проиллюстрируйте с помощью кругов Эйлера высказывания из задач 2.6–2.10:

<u>Задачи для самостоятельной работы</u>

1. а) Некоторые четные числа кратны трем; б) Если число делится на 6, то оно делится на 2 и на 3.
2. а) Ни одна окружность не является прямоугольником; б) Каждый квадрат является ромбом.
3. а) Если число заканчивается цифрой 0 или 5, то оно делится на 5; б) Если число заканчивается цифрой 3, то оно не делится на 10.
4. а) Каждый квадрат является прямоугольником б) Некоторые равнобедренные треугольники являются прямоугольными.
5. а) Все мальчики класса участвовали в туристическом походе; б) Ни один мальчик из класса не является неуспевающим учеником.

<u>Вопросы для самоконтроля</u>

Докажите, что операция пересечения множеств ассоциативна, и коммутативна.
Докажите, что операция пересечения множеств идемпотентна и обладает нейтральным и аннулирующим элементами.
Докажите, что операция объединения множеств ассоциативна и коммутативна.
Докажите, что операция объединения множеств идемпотентна и обладает нейтральным и аннулирующим элементами.

Практическое занятие № 3

Тема: Операции над множествами

Задачи для работы в аудитории

1. Дано множество $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ и множества $A = \{2; 3; 4\}$, $B = \{7; 9; 10\}$, $C = \{1; 2; 5; 6; 7; 8\}$. Найдите множества:

1. $A \cup B$ 2. $A \cap B$

2. Дано множество $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ и множества $A = \{1; 2; 4; 5\}$, $B = \{3; 4; 7; 9\}$, $C = \{2; 3; 5; 7; 8\}$. Найдите множества:

1. $A \cup (B \cap C)$
2. $\overline{A} \cup B$

3. Дано множество $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ и множества $A = \{2; 3; 4; 5\}$, $B = \{1; 4; 5; 6; 8\}$, $C = \{4; 6; 7; 9; 10\}$ Найдите множества:

1. $\overline{A} \cup B$ 2. $B \setminus C$ 3. $A \cap (\overline{C} \setminus B)$

4. Дано множество $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ и множества $A = \{4; 5; 6; 7\}$, $B = \{1; 2; 4; 5; 6\}$, $C = \{4;5;7;8;9\}$.. Найдите множества:

1. $A \cup (B \cap C)$
2. $A \cap (\overline{C} \setminus B)$

5. Дано множество $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ и множества $A = \{4; 5; 6; 7\}$, $B = \{1; 2; 4; 5; 6\}$, $C = \{4;5;7;8;9\}$.. Найдите множества:

1. $\overline{A} \cup B$ 2. $B \setminus C$ 3. $A \cup (\overline{C} \setminus B)$

Задачи для самостоятельной работы

1. Дано множество $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ и $A = \{1; 2; 4; 5\}$, $B = \{4; 5; 8; 9\}$, $C = \{6; 7; 9; 10\}$}.. Найдите множества:
1. $A \cup B$ 2. $A \cap B$ 3. $A \cup (B \cap C)$
4. $\overline{A} \cup B$ 5. $B \setminus C$ 6. $A \cup (\overline{C} \setminus B)$

2. Дано множество $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ и множества $A = \{3; 7; 8; 9\}$, $B = \{1; 3; 8; 9\}$, $C = \{1; 3; 4; 6; 9\}$. Найдите множества:
1. $A \cup B$ 2. $A \cap B$ 3. $A \cup (B \cap C)$
4. $\overline{A} \cup B$ 5. $B \setminus C$ 6. $A \cap (\overline{C} \setminus B)$

3. Дано множество $U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ и множества $A = \{1; 4; 8; 9\}$, $B = \{2; 4; 7; 10\}$, $C = \{3; 4; 6; 8; 10\}$. Найдите множества:

1. $A \cup B$ 2. $A \cap B$ 3. $A \cup (B \cap C)$

4. $\overline{A} \cup B$ 5. $B \setminus C$ 6. $A \cap (\overline{C} \setminus B)$

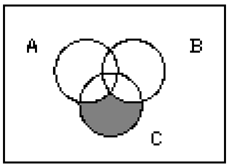
Вопросы для самоконтроля

Докажите, что операции объединения и пересечения множеств связаны дистрибутивным законом.
Докажите, что операции объединения и пересечения множеств связаны дистрибутивным законом
Докажите, что операции пересечения и объединения множеств связаны законами поглощения.
Докажите, что операции объединения, пересечения и дополнения множеств связаны законами де Моргана.
Докажите, что пересечение множеств выражается через объединение и дополнение.
Докажите, что объединение множеств выражается через пересечение и дополнение.
Докажите, что разность множеств выражается через пересечение и дополнение.

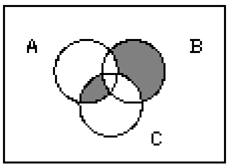
Практическое занятие № 4

Тема: **Подмножества**
Задачи для работы в аудитории

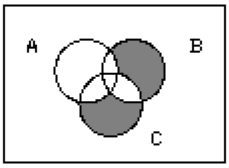
1. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A, B, C*.



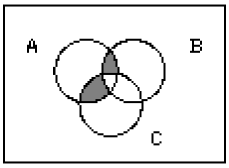
2. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A, B, C*.



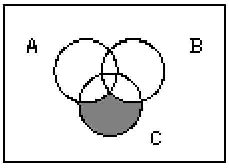
3. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A, B, C*.



4. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A, B, C*.

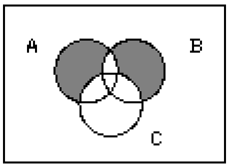


5. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A*, *B*, *C*.

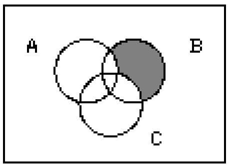


<u>Задачи для самостоятельной работы</u>

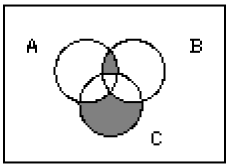
1. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A*, *B*, *C*.



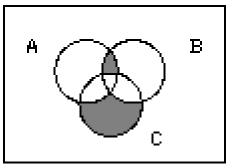
7. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A*, *B*, *C*.



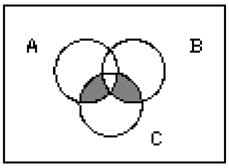
8. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A*, *B*, *C*.



9. Выразите заштрихованное множество *X* с помощью теоретико-множественных операций через множества *A*, *B*, *C*.



10. Выразите заштрихованное множество X с помощью теоретико-множественных операций через множества A, B, C.



Вопросы для самоконтроля

Докажите, что утверждения $A \subset B$ и $A \cap B = B$ равносильны.
Докажите, что утверждения $A \subset B$ и $A \cup B = A$ равносильны.
Докажите, что утверждения $A \subset B$ и $A \setminus B = \varnothing$ равносильны.
Докажите, что утверждения $A \subset B$ и $\overline{A} \cup B = U$ равносильны

Практическое занятие № 5

Тема: Элементы комбинаторики

Задачи для работы в аудитории

1. Во взводе 3 сержанта и 30 солдат. Сколькими способами можно составить караульный наряд из одного сержанта и трех солдат?
2. Сколько нечетных чисел можно составить из цифр числа 5489, если каждую цифру использовать не более одного раза?
3. Сколько четных пятизначных чисел можно образовать из цифр 0, 1, 2, 3, 4, при условии, что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
4. Сколько нечетных пятизначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии , что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
5. Сколько пятизначных чисел, кратных пяти, можно образовать из цифр 0, 1, 2, 3, 4, при условии, что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?

Задачи для самостоятельной работы

1. Сколько нечетных пятизначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии , что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
2. Сколько различных подмножеств можно составить из элементов множества $A=\{a, b, c, d, e\}$?
3. Студенту необходимо сдать 4 экзамена за 9 дней. Сколькими способами это можно сделать, если известно, что последний экзамен он сдает на девятый день?
4. Собрание из 100 человек выбирает председателя, секретаря и трех членов редакционной комиссии. Сколькими способами можно это сделать?
5. На собрании должны выступить 4 человека: A, B, C, D. Сколькими способами их можно разместить в списке ораторов, если известно, что B не может выступать, пока не выступит ?

Вопросы для самоконтроля

Как формулируется комбинаторное правило суммы?

Как формулируется комбинаторное правило произведения?

Пусть множество A состоит из m элементов, а множество B - из n элементов. Сколько элементов в объединении множеств A и B?

Пусть множество A состоит из m элементов, а множество B - из n элементов. Сколько элементов в декартовом произведении множеств A и B?

Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует соответствий между элементами множеств A и B?

Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует отображений множества A в множество B?

Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует взаимно однозначных отображений множества A в множество B?

Пусть множество M состоит из m элементов. Сколько элементов в множестве $P(M)$ всех подмножеств множества M?

Пусть множество M состоит из m элементов. Сколько подмножеств, состоящих из n элементов, содержится в M?

Пусть множество A состоит из m элементов. Сколько существует бинарных отношений на множестве A?

Пусть множество состоит из n элементов. Сколькими способами можно линейно упорядочить это множество?

Докажите, что для любого натурального a выполняется тождество

$$C_a^0 + C_a^1 + C_a^2 + \ldots + C_a^{a-1} + C_a^a = 2^a.$$

Докажите, что для любых натуральных m, n ($m \le n$) выполняется тождество

$$C_n^{m-1} + C_n^m = C_{n+1}^m.$$

Докажите, что для любого натурального n выполняется тождество

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n.$$

Практическое занятие № 6

Тема: Соответствия

<u>Задачи для работы в аудитории</u>

1. Задайте два соответствия с помощью графиков и постройте график произведения этих соответствий.
2. Задайте соответствие с помощью графа и постройте граф и график обратного соответствия.
3. Задайте два соответствия с помощью графов и постройте графики объединения и пересечения этих соответствий.
4. Задайте два соответствия с помощью графиков и постройте графы объединения и пересечения этих соответствий.
5. Задайте соответствие с помощью графа и постройте граф и график дополнения этого соответствия.
6. Задайте соответствие с помощью графа и укажите область определения, область значений, полные образы и полные прообразы этого соответствия.
7. Докажите, что произведение отображений снова является отображением.

<u>Задачи для самостоятельной работы</u>

1. Докажите, что произведение взаимно однозначных отображений снова является взаимно однозначным отображением.
2. Докажите, что соответствие, обратное взаимно однозначному отображению, является взаимно однозначным отображением
3. Докажите, что отношение равномощности рефлексивно.
4. Докажите, что отношение равномощности симметрично.
5. Докажите, что отношение равномощности транзитивно.

<u>Вопросы для самоконтроля</u>

Пусть $f(x)$ - характеристическая функция для A, $g(x)$ - характеристическая функция для B. Как выглядит характеристическая функция для $A \cap B$?

Пусть $f(x)$ - характеристическая функция для A, $g(x)$ - характеристическая функция для B. Как выглядит характеристическая функция для $A \cup B$?

Пусть $f(x)$ - характеристическая функция для A. Как выглядит характеристическая функция для $\bar{A}$?

Пусть $f(x)$ - характеристическая функция для A, $g(x)$ - характеристическая функция для B. Как выглядит характеристическая функция для $A \backslash B$?

Практическое занятие № 7

Тема: Бинарные отношения

<u>Задачи для работы в аудитории</u>

1. Какими свойствами обладает отношение E - «окружность x не пересекает окружность y или совпадает с ней», заданное на множестве окружностей? Является ли это отношение эквивалентностью? Порядком?
2. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 3», заданное на множестве натуральных чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?
3. Отношение E - «число x является делителем числа y» задано между элементами множеств $A=\{3, 4, 5, 6\}$ и $B=\{-3, 10, 15, 30, -12, 18\}$. Постройте граф и график этого отношения.
4. Отношение E - «число x является модулем числа y» задано между элементами множества $A=\{1, 3, 4, -5, -6, -4, , 5, 5, 7, 6\}$. Постройте граф и график этого отношения.
5. Отношение E - «число x является делителем числа y» задано между элементами множества $A=\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Постройте граф и график этого отношения.

Отношение E - «числа x и y имеют одинаковые остатки при делении на 3» задано между элементами множества $A=\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Докажите, что E является отношением эквивалентности найдите фактормножество A/E

<u>Задачи для самостоятельной работы</u>

1. Отношение E - «числа x и y - взаимно просты» задано между элементами множеств $A=\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Постройте граф и график этого отношения.

2. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 6», заданное на множестве целых чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?
3. Отношение E - «число x не взаимно просто с числом y» задано между элементами множества $A=\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Постройте граф и график этого отношения. Является ли отношение эквивалентностью? Порядком?
4. Какими свойствами обладает отношение E - «окружность x не пересекает окружность y или совпадает с ней», заданное на множестве окружностей? Является ли это отношение эквивалентностью? Порядком?
5. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 3», заданное на множестве натуральных чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?

<u>Вопросы для самоконтроля</u>

Какие особенности имеет график отношения эквивалентности?
Какие особенности имеет граф отношения эквивалентности?
Докажите, что пересечение отношений эквивалентности является отношением эквивалентности.
Докажите, что каждое отношение эквивалентности определяет разбиение множества на смежные классы.
Докажите, что каждое разбиение множества на смежные классы задает эквивалентность на этом множестве.
Множество M состоит из трех элементов. Сколько отношений эквивалентности можно определить на этом множестве?
Докажите, что отношение ~, введенное по правилу

$$\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c,$$

на множестве обыкновенных дробей, является отношением эквивалентности. Чем является фактормножество по этой эквивалентности?
Докажите, что отношение равенства длин и одинаковой направленности является отношением эквивалентности на множестве направленных отрезков. Чем является смежный класс по этой эквивалентности?

Практическое занятие № 8

Тема: Мощность
<u>Задачи для работы в аудитории</u>

1. Докажите, что отношение равномощности является отношением эквивалентности.
2. Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать свойством элементов.
3. Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать перечисляющим алгоритмом.
4. Докажите, что существуют множества натуральных чисел, которые можно задать перечисляющим алгоритмом, но нельзя задать эффективно.
5. Докажите, что линейно упорядоченное множество без наибольшего элемента бесконечно.

6. Каким свойством обладают конечные множества, и только они? Почему множества натуральных и действительных чисел бесконечны?
7. Докажите, что множество, равномощное конечному множеству, само конечно.
8. Докажите, что подмножество конечного множества само конечно.
9. Докажите, что объединение конечных множеств является конечным множеством.
10. Докажите, что пересечение конечных множеств является конечным множеством.
11. Докажите, что разность конечных множеств является конечным множеством.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что декартово произведение конечных множеств является конечным множеством.
2. Докажите, что множество подмножеств конечного множества само является конечным множеством.
3. Докажите, что множество целых чисел счетно.
4. Докажите, что множество рациональных чисел счетно.
5. Докажите, что множество действительных чисел несчетно.
6. Докажите, что множество всех действительных чисел и множество действительных чисел из интервала $(0, 1)$ равномощны.
7. Докажите, что множество всех подмножеств множества натуральных чисел и множество действительных чисел равномощны.
8. Докажите, что множества точек любых двух окружностей равномощны.
9. Докажите, что множества точек любых двух отрезков равномощны.
10. Докажите, что множества точек любых окружностей равномощны.
11. Докажите, что множества точек отрезка равномощно множеству точек квадрата.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что объединение счетных множеств является счетным множеством.

Докажите, что декартово произведение счетных множеств является счетным множеством.

Докажите, что множество точек отрезка равномощно множеству точек трехмерного пространства.

Докажите, что множество натуральных чисел N и множество $P(N)$ всех подмножеств множества N не равномощны.

Докажите, что множество M не равномощно множеству $P(M)$ всех подмножеств множества M.

Докажите, что множество действительных чисел и множество всех фигур планиметрии не равномощны.

Докажите, что мощность множества всех геометрических фигур больше мощности множества действительных чисел.

Докажите, что множество всех свойств элементов множества счетно.

Докажите, что множество всех алгоритмов счетно.

Докажите, что множество множеств, которые можно задать перечисляющим алгоритмом, счетно.

Докажите, что множество эффективно задаваемых множеств счетно.

Практическое занятие № 9

ТЕМА: ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ

Задачи для работы в аудитории

Докажите, что если область определения функции $F(x)$ содержит пересечение областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то уравнения

$$f(x) = g(x) \quad \text{и} \quad f(x) + F(x) = g(x) + F(x)$$

равносильны.

Докажите, что если функция $F(x)$ определена и отлична от нуля в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то уравнения

$$f(x) = g(x) \quad \text{и} \quad f(x)\cdot F(x) = g(x)\cdot F(x)$$

равносильны.

Пусть области значений функций $f(x)$ и $g(x)$ являются подмножествами области определения разнозначной функции $F(x)$. Докажите, что уравнения

$$(x) = g(x) \text{ и } F\left(f(x)\right) = F\left(g(x)\right)$$

равносильны.

Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно возрастает в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства

$$f(x) \le g(x) \quad \text{и} \quad f(x)\cdot F(x) \le g(x)\cdot F(x)$$

равносильны.

Докажите, что при любом нечетном n уравнения

$$f(x)=g(x) \text{ и } \left(f(x)\right)^n = \left(g(x)\right)^n$$

равносильны.

Задачи для самостоятельной работы

Докажите, что если n четно, то уравнение $\left(f(x)\right)^n = \left(g(x)\right)^n$ является следствием уравнения $f(x) = g(x)$.

Докажите, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ принимают только неотрицательные (или только неположительные) значения, то для любого натурального n уравнения $f(x) = g(x)$ $f(x) = g(x)$ и $\left(f(x)\right)^n = \left(g(x)\right)^n$ равносильны.

Докажите, что Если область D допустимых значений уравнения $f(x) = g(x)$ является объединением нескольких множеств,

$$D = M_1 \cup M_2 \cup \ \ldots \ \cup M_n,$$

то множество решений уравнения является объединением решений на каждом из множеств M_i.

Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно возрастает в пересечении областей значения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства

$$f(x) \le g(x) \quad \text{и} \cdot F(f(x)) \le \cdot F(g(x))$$

равносильны.

Докажите, что при нечетном n неравенства $f(x) \le g(x)$ и $\left(f(x)\right)^n \le \left(g(x)\right)^n$ равносильны.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что если функции $f(x)$ и $g(x)$ в ОДЗ неравенства принимают только положительные значения, то для любого n неравенства $f(x) \le \cdot g(x)$ и $\left(f(x)\right)^n \le \left(g(x)\right)^n$ равносильны.

Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно убывает в пересечении областей значения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства

$$f(x) \le g(x) \quad \text{и} \cdot F(f(x)) \ge F(g(x))$$

равносильны.

Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно убывает в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства

$$f(x) \le g(x) \quad \text{и} \quad f(x) \cdot F(x)\, g(x) \cdot F(x)$$

равносильны.

Практическое занятие № 10

Тема: Уравнение линии

<u>Задачи для работы в аудитории</u>

Докажите, что при решении системы уравнений можно переставлять местами и объединять в подсистемы уравнения системы.

Докажите, что отношение следствия на множестве систем уравнений является отношением предпорядка.

Докажите, что отношение следствия на множестве совокупностей уравнений является отношением предпорядка.

Докажите, что отношение равносильности систем уравнений является отношением эквивалентности.

Докажите, что отношение равносильности совокупности уравнений является отношением эквивалентности.

Докажите, что при решении системы неравенств можно переставлять местами и объединять в подсистемы неравенства системы.

Докажите, что при решении совокупности неравенств можно переставлять местами и объединять в подсистемы неравенства системы.

Докажите, что при решении системы уравнений можно включать в систему или удалять из нее уравнение-следствие системы.

<u>Задачи для самостоятельной работы</u>

Докажите, что при решении системы неравенств можно включать в систему или удалять из нее неравенство-следствие системы.

Пусть $f(x)$ и $g(x)$ - числовые функции, и $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ - множество решений уравнения $g(x)=0$. Докажите, что уравнение

$$g\big(f(x)\big) = 0$$

равносильно совокупности уравнений

$$\left[\begin{array}{l} f_1(x) = a_1, \\ f_2(x) = a_2, \\ \ldots \\ f_n(x) = a_n. \end{array}\right.$$

Докажите, что уравнение вида $f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \ldots \cdot f_n(x) = 0$ равносильно совокупности уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} f_1(x)=0, \\ f_2(x)=0, \\ \dots \\ f_n(x)=0. \end{array}\right.$$

Найдите уравнение прямой, проходящей через две точки.
Найдите уравнение прямой в отрезках
Найдите уравнение окружности с центром в точке $A(a,\, b)$ и радиуса r.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что гипербола - это множество точек плоскости, разность расстояний которых от двух данных точек есть величина постоянная.
Найдите каноническое уравнение гиперболы.

Семестр 2

Практическое занятие № 1

Тема: Логические операции
Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что конъюнкция высказываний ассоциативна и коммутативна.
2. Докажите, что конъюнкция высказываний и идемпотентна и обладает нейтральным и аннулирующим элементами.
3. Докажите, что дизъюнкция высказываний ассоциативна и коммутативна.
4. Докажите, что дизъюнкция высказываний и идемпотентна и обладает нейтральным и аннулирующим элементами.
5. Докажите, что операции конъюнкции и дизъюнкции связаны дистрибутивным законом.

Задачи для самостоятельной работы

Докажите, что операции дизъюнкции и конъюнкции связаны дистрибутивным законом.
Докажите законы поглощения для конъюнкции и дизъюнкции.
Докажите закон исключенного третьего и закон противоречия для высказываний.
Докажите, что операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания связаны законами де Моргана.
Докажите закон доказательства от противного для высказываний.

Вопросы для самоконтроля

Докажите закон контрапозиции для высказываний.
Докажите, что прямая теорема равносильна теореме, противоположной обратной.
Докажите правило отделения для высказываний.
Докажите правило силлогизма для высказываний.
Докажите, что импликация выражается через дизъюнкцию и отрицание.

Практическое занятие № 2

Тема: Свойства логических операций

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что эквиваленция выражается через конъюнкцию и импликацию.
2. Чему равно множество истинности конъюнкции предикатов?
3. Чему равно множество истинности дизъюнкции предикатов?
4. Чему равно множество истинности импликации предикатов?
5. Чему равно множество истинности отрицания предиката?
6. Докажите, что квантор общности является обобщением конъюнкции.

Задачи для самостоятельной работы

1. Покажите, что квантор существования является обобщением дизъюнкции.
2. Докажите правило силлогизма для предикатов.
3. Докажите правило заключения для предикатов.
4. Докажите правило контрапозиции для предикатов.
5. Докажите правило введения конъюнкции для предикатов.

Вопросы для самоконтроля

Докажите правило введения дизъюнкции для предикатов.
Докажите правило отделения для предикатов.
Докажите правило введения конъюнкции для предикатов.
Докажите правило силлогизма для предикатов.

Практическое занятие № 3

Тема: Законы логики

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите закон двойного отрицания.
2. Докажите закон доказательства методом «от противного».
3. Докажите закон полной индукции.
4. Докажите закон контрапозиции.
5. Докажите правило силлогизма.

Задачи для самостоятельной работы

Докажите дистрибутивные законы конъюнкции и дизъюнкции в алгебре логики.
Докажите законы поглощения конъюнкции и дизъюнкции в алгебре логики.
Докажите закон исключенного третьего в алгебре логики.
Докажите закон противоречия в алгебре логики.
Докажите, что в алгебре логики операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания связаны законами де Моргана.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что множество высказываний с операцией конъюнкция образует моноид.
Докажите, что множество высказываний с операцией дизъюнкция образует моноид.

Практическое занятие № 4

ТЕМА: ФОРМУЛЫ С КВАНТОРАМИ

Задачи для работы в аудитории

1. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]\to(\exists x)[P(x)]$ выполнимой (общезначимой).
2. Выясните, является ли формула $(\exists x)[P(x)]\to(\forall x)[P(x)]$ выполнимой (общезначимой).
3. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]\vee(\forall x)[\bar{P}(x)]$ выполнимой (общезначимой).
4. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. Выясните, является ли формула $(\exists x)[P(x)\&Q(x)]$ выполнимой (общезначимой).
6. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)\to Q(x)]$ выполнимой (общезначимой).

Задачи для самостоятельной работы

1. Выясните, является ли формула $(\exists x)[P(x)]\to (\exists x)[Q(x)]$ выполнимой (общезначимой).
2. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]\to(\exists x)[P(x)]$ выполнимой (общезначимой).
3. Выясните, является ли формула $(\exists x)[P(x)]\&(\exists x)[\bar{P}(x)]$ выполнимой (общезначимой).
4. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]\&(\exists x)[\bar{P}(x)]$ выполнимой (общезначимой).

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что формула $\overline{(\forall x)P(x)}\leftrightarrow(\exists x)\bar{P}(x)$ является законом логики предикатов.

Докажите, что формула $\overline{(\exists x)P(x)}\leftrightarrow(\forall x)\bar{P}(x)$ является законом логики предикатов.

Докажите, что квантор существования можно выразить через квантор общности.

Докажите, что квантор общности можно выразить через квантор существования.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5

ТЕМА: ОТРИЦАНИЕ ФОРМУЛ

Задачи для работы в аудитории

1. Сформулируете отрицание высказывания «любая окружность имеет ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
2. Сформулируете отрицание высказывания «все трапеции имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Сформулируете отрицание высказывания «любой прямоугольник имеет две оси симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
4. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые параллелограммы имеют центр симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
5. Сформулируете отрицание высказывания «диагонали любого ромба не равны между собой» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.

Задачи для самостоятельной работы

1. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые трапеции имеют центр симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
2. Сформулируете отрицание высказывания «диагонали любого параллелограмма не равны между собой» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые параллелограммы имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.

Вопросы для самоконтроля

Сформулируете отрицание высказывания «любой параллелограмм имеет ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
Сформулируете отрицание высказывания «некоторые трапеции имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.

Практическое занятие № 6

ТЕМА: ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДСТВИЕ И ЛОГИЧЕСКАЯ РАВНОСИЛЬНОСТЬ

Задачи для работы в аудитории

1. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы площадь прямоугольника была больше 100 см^2 ..., чтобы каждая из его сторон была больше 10 см» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
2. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы пересечение двух множеств было пустым ..., чтобы оба множества были пусты» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы разность двух целых чисел была положительной ..., чтобы оба компонента разности были положительны» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
4. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, декартово произведение двух множеств была не пусто ..., чтобы оба множество были не пусты» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
5. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы площадь треугольника была больше 10 см^2 ..., чтобы его основание было больше 5 см» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.

Задачи для самостоятельной работы

1. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была четной ..., чтобы оба слагаемых были четными» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
2. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы произведение целых чисел было кратно четырем ..., чтобы оба множителя были кратны четырем» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы разность целых чисел была четной ..., чтобы оба ее компонента были четными» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:

Вопросы для самоконтроля

Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел было меньше 40 ..., чтобы оба слагаемых были меньше 20».слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была кратна пяти ..., чтобы оба слагаемых были кратны пяти» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:

Практическое занятие № 7

Тема: Определение понятия через род и видовое отличие

Задачи для работы в аудитории

1. Дайте определения понятия «шар», введя родовое понятие и видовое отличие.
2. Дайте определения понятия «треугольник», введя родовое понятие и видовое отличие.
3. Дайте определения понятия «многоугольник», введя родовое понятие и видовое отличие.
4. Дайте определения понятия «биссектриса угла», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Дайте определения понятия «куб», введя родовое понятие и видовое отличие.

Задачи для самостоятельной работы

1. Дайте определения понятия «трапеция», введя родовое понятие и видовое отличие.
2. Дайте определения понятия «параллелограмм», введя родовое понятие и видовое отличие.

Вопросы для самоконтроля

Дайте определения понятия «квадрат», введя родовое понятие и видовое отличие.
Дайте определения понятия «ромб», введя родовое понятие и видовое отличие.
Дайте определения понятия «угол», введя родовое понятие и видовое отличие.

Практическое занятие № 8

Тема: Аксиоматический метод

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что аксиоматическая теория ассоциативности является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной теорией.
2. Докажите, что аксиоматическая теория коммутативности является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной теорией.
3. Докажите, что свойства ассоциативности и коммутативности независимы.
4. Пусть аксиоматическая теория имеет системой аксиом свойства эквивалентности. Докажите, что эта теория является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной.
5. Пусть аксиоматическая теория имеет системой аксиом свойства частичного порядка. Докажите, что эта теория является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной.

Задачи для самостоятельной работы

1. Пусть аксиоматическая теория имеет системой аксиом свойства линейного порядка. Докажите, что эта теория является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной.
2. Докажите, что аксиомы эквивалентности независимы.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что аксиомы частичного порядка независимы.
Докажите, что аксиомы линейного порядка независимы.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что свойства ассоциативности и наличие нейтрального элемента независимы.

Докажите, что свойства ассоциативности и наличие аннулирующего элемента независимы.

Практическое занятие № 9

Тема: Связь между операциями над множествами и логическими операциями

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что множество истинности n-местного предиката является n-местным отношением, и, наоборот, если n-местное отношение задано характеристическим свойством его элементов, то это свойство является n-местным предикатом
2. Пусть T_P - множество истинности предиката $P(x)$, а T_Q - множество истинности предиката $Q(x)$. Чему равно множество истинности предиката $P(x)\&Q(x)$?
3. Пусть T_P - множество истинности предиката $P(x)$, а T_Q - множество истинности предиката $Q(x)$. Чему равно множество истинности предиката $P(x)\vee Q(x)$?
4. Пусть T_P - множество истинности предиката $P(x)$. Чему равно множество истинности предиката $\overline{P(x)}$?

Задачи для самостоятельной работы

1. Пусть T_P - множество истинности предиката $P(x)$, а T_Q - множество истинности предиката $Q(x)$. Чему равно множество истинности предиката $P(x)\rightarrow Q(x)$?
2. Пусть T_P - множество истинности предиката $P(x)$, а T_Q - множество истинности предиката $Q(x)$. Чему равно множество истинности предиката $P(x)\leftrightarrow Q(x)$?
3. Пусть предикат $P(x)$ является логическим следствием предиката $Q(x)$ на модели M. Какая связь между множествами T_P и T_Q?

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что логическая операция *конъюнкция* задает пересечение множеств.

Докажите, что логическая операция *дизъюнкция* задает объединение множеств.
Докажите, что логическая операция *альтернативная дизъюнкция* задает симметрическую разность множеств.
Докажите, что логическая операция *отрицание* задает дополнение множества.

Практическое занятие № 10

Тема: Запись предложений в виде формул алгебры предикатов

Задачи для работы в аудитории

1. Пусть a_1, a_2, ... , a_n, ... последовательность действительных чисел. С помощью формул алгебры предикатов запишите следующие утверждения:

a) эта последовательность монотонно возрастает;
b) эта последовательность монотонно убывает;
c) эта последовательность является арифметической прогрессией;
d) эта последовательность является геометрической прогрессией;
e) эта последовательность ограничена (ограничена сверху, ограничена снизу);
f) число *a* является пределом этой последовательности;
g) это последовательность имеет предел;
h) эта последовательность не является монотонно возрастающей;
i) эта последовательность не является монотонно убывающей;
j) эта последовательность не является арифметической прогрессией;
k) эта последовательность не является геометрической прогрессией;
l) эта последовательность не ограничена (не ограничена сверху, не ограничена снизу);
m) число *a* не является пределом этой последовательности;
n) это последовательность не имеет предела.

2. Пусть $S(x, y, z)$, $P(x, y, z)$ - трехместные предикаты на множестве натуральных чисел **N**, заданные правилами:

$$S(x, y, z) = И \Leftrightarrow x + y = z,$$
$$P(x, y, z)) = И \Leftrightarrow x \cdot y = z.$$

2.1. Запишите формулу с одной свободной переменной *x* истинную тогда и только тогда, когда

1. $x = 1$;
2. $x = 0$;
3. $x = 2$;
4. x – четно;
5. x – нечетно;
6. x – простое число;
7. x – составное число.

2.2. Запишите формулу с двумя свободными переменными *x* и *y* истинную тогда и только тогда, когда

1. $x = y$;
2. $x<y$;
3. $x \leq y$;
4. x делит y;
5. x и y взаимно просты;
6. x и y - простые числа-близнецы;
7. x является простым делителем числа y

Задачи для самостоятельной работы

2. Пусть $S(x, y, z)$, $P(x, y, z)$ - трехместные предикаты на множестве натуральных чисел **N**, заданные правилами:

$$S(x, y, z)= И \Leftrightarrow x + y = z,$$
$$P(x, y, z))= И \Leftrightarrow x \cdot y = z.$$

Запишите формулу с тремя свободными переменными x, y, z, истинную тогда и только тогда, когда

1. z - наибольший общий делитель x и y;
2. z - наименьшее общее кратное x и y;
3. z - остаток от деления x на y;
4. x - простое число, входящее в степени y в каноническое разложение числа z.

Вопросы для самоконтроля

С помощью формул алгебры предикатов запишите следующие утверждения:
1. сложение ассоциативно;
2. сложение коммутативно;
3. сложение обладает нейтральным элементом;
4. умножение ассоциативно;
5. умножение коммутативно;
6. умножение обладает нейтральным элементом;
7. умножение обладает аннулирующим элементом;
8. сложение дистрибутивно относительно умножения;
9. для каждой пары чисел существует наибольший общий делитель;
10. для каждой пары чисел существует наименьшее общее кратное;
11. каждое число из $\mathbf{Z}_0$, большее единицы или просто или имеет единственное представление в виде произведения простых.

СЕМЕСТР 3

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

ТЕМА: СЛОЖЕНИЕ ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ В ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННОЙ МОДЕЛИ

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что для каждых множеств A, B существуют множество A_1, равномощное с множеством A, и множество B_1, равномощное с множеством B, такие, что $A \cap B=\varnothing$.
2. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение

множеств, всегда существует.

3. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, единственна.
4. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, ассоциативно.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, коммутативно.
2. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, обладает нейтральным элементом.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по сложению.
Докажите, что в любой числовой системе нейтральный элемент по сложению является аннулирующим элементом по умножению.

Практическое занятие № 2

Тема: Умножение целых неотрицательных чисел в теоретико-множественной модели

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, всегда существует.
2. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, единственно.
3. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, ассоциативно.
4. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, коммутативно.
5. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает нейтральным элементом.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по умножению.
2. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает аннулирующим элементом.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово

произведение множеств, и сложение, определенное через объединение множеств, связаны дистрибутивным законом.
Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, и вычитание, определенное через разность множеств, связаны дистрибутивным законом.

Практическое занятие № 3

Тема: Деление целых неотрицательных чисел в теоретико-множественной модели
<u>Задачи для работы в аудитории</u>

1. Докажите, что если конечное множество A разбито на равномощные классы, то число этих классов зависит только от мощности множества A и мощности класса.
2. Докажите, что если множество A разбито на равномощные классы, то число этих классов зависит не только от мощности множества A и мощности класса.
3. Докажите, что неполное частное для целых неотрицательных чисел, определенное через разбиение множества на классы, всегда существует.
4. Докажите, что неполное частное для целых неотрицательных чисел, определенное через разбиение множества на классы, единственно.
5. Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение множества на классы, всегда существует.

<u>Задачи для самостоятельной работы</u>

1. Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение множества на классы, всегда единственен.
2. Докажите, что при частном, определенном через разбиение множества на классы, деление на нуль невозможно.
3. Докажите, что частное при делении, определенном через разбиение множества на классы, единственно, если существует.

<u>Вопросы для самоконтроля</u>

Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение счетного множества на классы, не единственен.
Докажите, что при частном, определенном через разбиение счетного множества на классы, деление на нуль невозможно.
Докажите, что частное при делении, определенном через разбиение счетного множества на классы, не единственно.

Практическое занятие № 4

Тема: Аксиомы Пеано

<u>Задачи для работы в аудитории</u>

1. Докажите, что аксиоматика Пеано непротиворечива, если непротиворечива теория множеств.
2. Докажите, что первую аксиому Пеано нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
3. Докажите, что вторую аксиому Пеано нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
4. Докажите, что аксиому индукции нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
5. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственна, если существует.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
2. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственно, если существует.
3. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
4. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
5. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.

Вопросы для самоконтроля

1. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
2. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.
3. Докажите, что сложение и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
4. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.
5. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.

Практическое занятие № 5

Тема: Вычитание и деление в системе Пеано

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что в системе Пеано уравнение $b+x=a$ имеет не более одного решения.
2. Докажите, что в системе Пеано уравнение $bx=a$, где $b\neq 0$, имеет не более одного решения.
3. Докажите, что в любой числовой системе нейтральный элемент сложения является аннулирующим элементом умножения.
4. Докажите, что деление на нуль невозможно в любой числовой системе.
5. Докажите, что отношение делимости на множестве целых неотрицательных чисел является отношением частичного порядка.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что вычитание и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
2. Докажите, что вычитание и деление целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что сложение и деление целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
Докажите, что отношение ≤ («не больше») является следствием отношения делимости.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6

ТЕМА: СВОЙСТВА МНОЖЕСТВА ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано бесконечно.
2. Докажите, что отношение ≤ («не больше») на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано является отношением порядка.
3. Докажите, что отношение порядка ≤ («не больше») на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано связно.
4. Докажите, что отношение ≤ («не больше») на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано является отношением дискретного порядка.
5. Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано вполне упорядочено.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно.
2. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано архимедовски упорядочено.
Докажите, что множество чисел в системе Пеано, состоящее из всех целых неотрицательных чисел, не превосходящих данное число, конечно.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

Тема: Отрезок натурального ряда

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что отрезок натурального ряда является конечным множеством.
2. Докажите, что отрезки натурального ряда $[1, a]$ и $[1, b]$ совпадают тогда и только тогда, когда $a=b$.
3. Докажите, что отрезки натурального ряда $[1, a]$ содержится в отрезке $[1, b]$ тогда и только тогда, когда $a \leq b$.
4. Докажите, что если $a \neq b$, то отрезки натурального ряда $[1, a]$ и $[1, b]$ - не равномощны.
5. Докажите, что если $a<b$, то в отрезке натурального ряда $[1, b]$ содержится подмножество, равномощное отрезку $[1, a]$.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что каждое конечное не пустое множество равномощно некоторому отрезку натурального ряда.
2. Докажите, что каждое конечное множество можно линейно упорядочить.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что существует единственный тип линейного упорядочения конечного множества.
Докажите, что существует не единственный тип линейного упорядочения бесконечного множества.

Практическое занятие № 8

Тема: Теорема о делении с остатком

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что для каждых целых неотрицательных чисел a, b, где $b \neq 0$, существуют такие целые неотрицательные числа q, r, что $a=bq+r$ и $r<b$.
2. Докажите, что для каждых целых неотрицательных чисел a, b, где $b \neq 0$, существуют единственное частное и единственный остаток при делении a на b.
3. Докажите, что каждое целое неотрицательное число обладает систематической записью в аддитивно-мультипликативной g-ичной системе счисления.
4. Докажите, что систематическое представление числа в аддитивно-мультипликативной g-ичной системе счисления единственно.
5. Покажите, на каких теоретико-числовых законах основан алгоритм сложения целых неотрицательных чисел в аддитивно-мультипликативной g-ичной системе счисления.

Задачи для самостоятельной работы

1. Покажите, на каких теоретико-числовых законах основан алгоритм вычитания целых неотрицательных чисел в аддитивно-мультипликативной g-ичной системе счисления.
2. Покажите, на каких теоретико-числовых законах основан алгоритм умножения целых неотрицательных чисел в аддитивно-мультипликативной g-ичной системе счисления.

3. Покажите, на каких теоретико-числовых законах основан алгоритм деления целых неотрицательных чисел в аддитивно-мультипликативной g-ичной системе счисления.

Вопросы для самоконтроля

Покажите, на каких теоретико-числовых законах основаны алгоритмы перевода систематического представления целого неотрицательного числа из одной аддитивно-мультипликативной системы счисления в другую.
Докажите, что для того, чтобы разность $a–b$ делилась на число m необходимо и достаточно, чтобы a и b давали при делении на m одинаковые остатки.

Практическое занятие № 9

Тема: Отношение делимости

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что сумма $a+b$ делится на число m тогда и только тогда, когда $Rest(a, m) + Rest(b, m)$ делится на m.
2. Докажите, что наименьший натуральный неединичный делитель натурального числа является простым.
3. Докажите, что каждое целое неотрицательное число, большее единицы, является простым или его можно представить в виде произведения простых чисел.
4. Докажите, что представление в виде произведения простых чисел целого неотрицательного числа, большего единицы, единственно.
5. Докажите, что если простое число p делит произведение $a{\cdot}b$, то p делит a или p делит b.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что если число a делит произведение $b{\cdot}c$ и взаимно просто с числом b, то a делит c.
2. Докажите, что для того, чтобы число a делило число b необходимо и достаточно, чтобы каждый простой множитель, входящий в разложение числа a, входил в разложение числа b в такой же или более высокой степени.
3. Докажите, что если число a составное, то у него есть неединичный натуральный делитель, не превосходящий $\sqrt{a}$.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что для поиска простых чисел в отрезке натурального ряда $[2, a]$ методом Эратосфена достаточно вычеркнуть все числа, кратные простым p, для $p \le \sqrt{a}$.
Докажите, что для любого натурального $n>2$ в интервале $[n, n!]$ непременно содержится хотя бы одно простое число.

Практическое занятие № 10

Тема: Простые и составные числа

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что множество простых чисел бесконечно.
2. Докажите, что существуют сколь угодно большие отрезки натурального ряда $[a, b]$, состоящие только из составных чисел.
3. Докажите, что для любой пары целых чисел существует наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное этих чисел.
4. Докажите, что наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное связаны соотношением $(a, b)[a, b]=ab$.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что наибольший общий делитель равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида.
2. Докажите, что число c делится на произведение взаимно простых чисел a и b тогда и только тогда, когда c делится на a и c делится на b.
3. Докажите, что при делении на 2 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении на 2.
4. Докажите, что при делении или на 5 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении или на 5.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что при делении на 4 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними двумя цифрами.
Докажите, что при делении на 8 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними тремя цифрами.
Докажите, что число при делении на 3 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
Докажите, что число при делении на 9 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
Докажите, что при делении на 11 число дает такой же остаток, что и его знакопеременная сумма цифр.

Семестр 4

Практическое занятие № 1

Тема: Аксиоматика рациональных чисел

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что если система рациональных чисел существует, то каждое рациональное число представляется обыкновенной дробью.
2. Докажите, что отношение равенства для обыкновенных дробей является отношением

эквивалентности.
3. Докажите, что каждое положительное рациональное число имеет единственное представление в виде несократимой дроби.
4. Докажите, что каждое рациональное число можно представить периодической десятичной дробью.
5. Докажите, что каждая периодическая десятичная дробь изображает некоторое рациональное число.
6. Докажите, что каждое рациональное число можно представить конечной цепной дробью.
7. Докажите, что каждая конечная цепная дробь изображает некоторое рациональное число.

Задачи для самостоятельной работы
1. Докажите, что сумма рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
2. Докажите, что сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.
3. Докажите, что сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.
4. Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.
5. Докажите, что для каждого рационального числа, представленного обыкновенной дробью, существует единственное противоположное рациональное число.
6. Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что разность рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
Докажите, что произведение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственно.
Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.
Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.
Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.
Докажите, что для каждого рационального ненулевого числа, представленного обыкновенной дробью, существует единственное обратное рациональное число.
Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.

Практическое занятие № 2

Тема: Арифметическая модель системы рациональных чисел
Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что умножение и сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, связаны дистрибутивным законом.
2. Докажите, что частное рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями (с ненулевым делителем), всегда существует и единственно.
3. Докажите, что система рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, упорядочиваема.
4. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является линейным.
5. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является архимедовым.
6. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является плотным.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что уравнение $x^2=2$ не имеет решения в системе рациональных чисел.
2. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является непрерывным.
3. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является вполне упорядочением.
4. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является дискретным.
5. Докажите, что сложение в системе рациональных чисел является монотонной функцией.
6. Докажите, что умножение в системе положительных рациональных чисел является монотонной функций.
7. Докажите, что множество рациональных чисел счётно.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что отношение соизмеримости является эквивалентностью на множестве отрезков.
Докажите, что сумма отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмерима с этим отрезком.
Докажите, что разность отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмерима с этим отрезком.
Докажите, что произведение отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмеримо с этим отрезком.
Докажите, что частное отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмеримо с этим отрезком.

Практическое занятие № 3

Тема: Непрерывность
Задачи для работы в аудитории
1. Докажите, что множество точек на прямой несчетно.
2. Докажите, что непрерывно упорядоченное множество несчетно.
3. Докажите, что множество действительных чисел и множество точек прямой равномощны.
4. Докажите, что сумма действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, всегда существует и единственна.

5. Докажите, что каждое иррациональное число, представленное сечением Дедекинда, с любой точностью может быть представлено рациональными числами по недостатку и по избытку.
6. Докажите, что сложение действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, ассоциативно.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что сложение действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, коммутативно.
2. Докажите, что сложение на множестве действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, обладает нейтральным элементом.
3. Докажите, что для каждого действительного числа, представленного сечением Дедекинда, существует единственное противоположное.
4. Докажите, что сложение на множестве действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, удовлетворяет закону сокращения.
5. Докажите, что произведение действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, всегда существует и единственно.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что умножение действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, ассоциативно.
Докажите, что умножение действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, коммутативно.
Докажите, что умножение на множестве действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, обладает нейтральным элементом.
Докажите, что для каждого действительного ненулевого числа, представленного сечением Дедекинда, существует единственное обратное.

Практическое занятие № 4

Тема: Сечения Дедекинда
Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что умножение на множестве действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, удовлетворяет закону сокращения.
2. Докажите, что умножение и сложение действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, связаны дистрибутивным законом.
3. Докажите, что система действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, упорядочиваема.
4. Докажите, что порядок в системе действительных чисел является линейным.
5. Докажите, что порядок в системе действительных, представленных сечениями Дедекинда, чисел является архимедовым.
6. Докажите, что порядок в системе действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, является плотным.
7. Докажите, что порядок в системе действительных, представленных сечениями Дедекинда, чисел является непрерывным.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что каждое действительное число можно представить в виде цепной дроби.
2. Докажите, что каждое иррациональное число можно представить в виде бесконечной цепной дроби.
3. Найдите представление в виде цепной дроби золотого сечения.
4. Найдите представление в виде цепной дроби числа $\sqrt{2}$.
5. Найдите представление в виде цепной дроби числа $\sqrt{5}$.
6. Докажите, что число $\sqrt{5}$ иррационально.
7. Докажите, что число $\sqrt{2}$ иррационально.
8. Докажите, что число, выражающее золотое сечение иррационально.
9. Докажите, что множество иррациональных чисел несчетно.
10. Докажите, что сумма рационального и иррационального чисел иррационально.
11. Докажите, что произведение рационального и иррационального чисел иррационально.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что разность рационального и иррационального чисел иррациональна.
Докажите, что частное рационального и иррационального чисел иррационально.
Покажите, что сумма, разность, произведение и частное двух иррациональных чисел может быть рациональным.
Докажите, что сумма действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, всегда существует и единственна.
Докажите, что каждое иррациональное число, представленное бесконечными десятичными дробями, с любой точностью может быть представлено рациональными числами по недостатку и по избытку.

Практическое занятие № 5

Тема: Арифметическая модель системы действительных чисел
Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что сложение действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, ассоциативно.
2. Докажите, что сложение действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, коммутативно.
3. Докажите, что сложение на множестве действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, обладает нейтральным элементом.
4. Докажите, что для каждого действительного числа, представленного бесконечной десятичной дробью, существует единственное противоположное.
5. Докажите, что каждая непериодическая десятичная дробь изображает иррациональное число.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что сложение на множестве действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
2. Докажите, что произведение действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, всегда существует и единственно.
3. Докажите, что умножение действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, ассоциативно.
4. Докажите, что умножение действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, коммутативно.
5. Докажите, что умножение на множестве действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, обладает нейтральным элементом.
6. Докажите, что для каждого действительного ненулевого числа, представленного бесконечными десятичными дробями, существует единственное обратное.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что умножение на множестве действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
Докажите, что умножение и сложение действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, связаны дистрибутивным законом.
Докажите, что система действительных чисел, представленных бесконечными десятичными дробями, упорядочиваема.
Докажите, что порядок в системе действительных чисел является линейным.

Практическое занятие № 6

Тема: Модель Дедекинда
Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что порядок в системе действительных, представленных сечениями Дедекинда, чисел является архимедовым.
2. Докажите, что порядок в системе действительных чисел, представленных сечениями Дедекинда, является плотным.
3. Докажите, что порядок в системе действительных, представленных сечениями Дедекинда, чисел является непрерывным.
4. Докажите, что порядок в системе действительных чисел не является вполне упорядочением.
5. Покажите, что порядок в системе действительных чисел не является дискретным.
6. Докажите, что сложение в системе действительных чисел является монотонной функцией.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что умножение в системе положительных действительных чисел является монотонной функций.
2. Покажите, что умножение положительных действительных чисел в геометрической интерпретации ассоциативно.
3. Покажите, что умножение положительных действительных чисел в геометрической интерпретации коммутативно.

Вопросы для самоконтроля

Покажите, что умножение положительных действительных чисел в геометрической интерпретации обладает нейтральным элементом.
Покажите, что умножение положительных действительных чисел в геометрической интерпретации дистрибутивно относительно сложения.

Практическое занятие № 7

Тема: Геометрическая интерпретация системы действительных чисел
Задачи для работы в аудитории

1. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел тождество обратимость умножения.
2. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел дистрибутивность умножения относительно сложения.
3. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел тождество $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
4. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел тождество $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
5. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел тождество $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

Задачи для самостоятельной работы

1. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел тождество $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.
2. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел тождество $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
3. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел тождество $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
4. Проиллюстрируйте на многомерной «интерпретации» системы положительных действительных чисел тождество $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что отношение «иметь равные образы» при некотором отображении $f : A \to B$ является отношением эквивалентности на множестве *A*.
Докажите, что если отношение ~ эквивалентности на множестве *M* согласовано с операцией $\circ$ на *M*, то операцию $\circ$ можно определить на множестве $M/_\sim$.
Докажите, что сложение отрезков ассоциативно.
Докажите, что отношение равносоставленности является отношением эквивалентности.
Докажите, что отношение соизмеримости является отношением эквивалентности.
Докажите, что равносоставленность является продолжением конгруэнции.
Докажите, что равновеликость является продолжением равносоставленности.

Практическое занятие № 8

Тема: Равновеликость и равносоставленность

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что отношение равновеликости является отношением эквивалентности на множестве квадрируемых фигур.
2. Докажите, что отношение “укладываемости” является отношением частичного порядка на множестве отрезков.
3. Докажите, что функция “длина отрезка” существует.
4. Докажите, что если $A(x_1)$, $B(x_2)$ - две точки на координатной прямой, то длина отрезка AB равна $|x_1 - x_2|$.
5. Докажите, что если $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ - две точки на координатной плоскости, то длина отрезка AB равна $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что квадрат является квадрируемой фигурой.
2. Докажите, что если длина стороны квадрата равна a то площадь квадрата равна a^2.
3. Докажите, что прямоугольник является квадрируемой фигурой.
4. Докажите, что если длины сторон прямоугольника равны a, b то площадь прямоугольника равна $a \cdot b$.
5. Докажите, что параллелограмм является квадрируемой фигурой.
6. Докажите, что если длина стороны параллелограмма равна a, а длина высоты - h, то площадь прямоугольника равна $a \cdot h$.
7. Докажите, что трапеция является квадрируемой фигурой.
8. Докажите, что если длины оснований трапеции равны a, b, а длина высоты - h, то площадь трапеции равна $\frac{a+b}{2} \cdot h$.
9. Докажите, что существуют равновеликие, но не равносоставленные фигуры.
10. Докажите, что существуют равносоставленные, но не равные фигуры.
11. Докажите, что существуют равновеликие, но не равные фигуры.
12. Докажите, что прямоугольник и квадрат, имеющие равные площади, - равносоставлены.
13. Докажите, что треугольник и квадрат, имеющие равные площади, - равносоставлены.
14. Докажите, что прямоугольник и треугольник, имеющие равные площади, - равносоставлены.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что равновеликие прямоугольники - равносоставлены.
Докажите, что равновеликие треугольники - равносоставлены.
Докажите, что равновеликие многоугольники - равносоставлены.

Докажите, что функция “площадь плоской фигуры” существует.
Докажите, что фигура квадрируема тогда и только тогда, когда площадь ее клетчатой границы может быть сделана сколь угодно малой.
Докажите, что существует плоские фигуры, не имеющие площади.
Докажите, что круг является квадрируемой фигурой.
Докажите, что площадь круга радиуса *r* равна πr^2.
Докажите, что существуют равновеликие, но не равносоставленные плоские фигуры.

Практическое занятие № 9

Тема: Величины и измерение

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что при изменении длины единичного отрезка в k раз численные значения длин отрезков изменятся в $\frac{1}{k}$ раз.
2. Докажите, что при изменении длины единичного отрезка в k раз численные значения площади фигуры изменится в $\frac{1}{k^2}$ раз.
3. Докажите, что при изменении длины единичного отрезка в k раз численные значения объема тела изменится в $\frac{1}{k^3}$ раз.
4. Докажите, что множество геометрических фигур и множество действительных чисел не равномощны.
5. Докажите, что множество точек, равноудаленных от концов отрезка, является серединным перпендикуляром этого отрезка.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что множество точек плоскости, из которых данный отрезок виден под данным углом, является объединением двух дуг окружностей.
2. Докажите, что множество точек плоскости, сумма квадратов расстояний от которых до двух данных точек равна данной величине, является окружностью.
3. Докажите, что множество точек плоскости, разность квадратов расстояний от которых до двух данных точек *A*, *B* равна данной величине, является прямой, перпендикулярной отрезку *AB*.
4. Докажите, что множество точек плоскости, отношение расстояний от которых до двух данных точек равна данной величине, является окружностью.
5. Докажите, что отношение соизмеримости является отношением эквивалентности на множестве отрезков.

6. Докажите, что треугольник является квадрируемой фигурой.
7. Докажите, что если длина основания треугольника равна a, а длина высоты - h, то площадь треугольника равна $\frac{a}{2}\cdot h$.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c, то сумма отрезков $a+b$ тоже соизмерима с отрезком c.
Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c (и $a>b$), то разность отрезков $a–b$ тоже соизмерима с отрезком c.
Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с единичным отрезком c, то произведение отрезков $a \cdot b$ тоже соизмеримо с отрезком c.
Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с единичным отрезком c, то частное отрезков $a{:}b$ тоже соизмеримо с отрезком c.

Практическое занятие № 10

Тема: Геометрические построения

Задачи для работы в аудитории

1. Докажите, что если дан единичный отрезок e, то произведение данных отрезков a, b можно построить с помощью циркуля и линейки
2. Если дан единичный отрезок e, то частное данных отрезков a, b можно построить с помощью циркуля и линейки
3. Если дан единичный отрезок e, то для данного отрезка a можно построить c помощью циркуля и линейки отрезок $\sqrt{a}$.
4. С помощью циркуля и линейки можно разделить данный отрезок на n равных частей.
5. Для любого натурального n можно разделить данный угол на 2^n равных частей c помощью циркуля и линейки.
6. Докажите, что если числа m, n - взаимно просты и с помощью циркуля и линейки можно построить m-угольник и n-угольник, то можно построить и mn-угольник.
7. Докажите, что прямую, параллельную данной прямой и проходящую через данную точку, можно построить с помощью циркуля и линейки.

Задачи для самостоятельной работы

1. Докажите, что прямую, касательную к данной окружности и проходящую через данную точку, можно построить с помощью циркуля и линейки.
2. Докажите, что если длина отрезка x выражается через длины данных отрезков a, b, …, c и единичного отрезка e с помощью операций сложения, вычитания, умножения и деления и извлечения квадратного корня, то отрезок x можно построить с помощью циркуля и линейки.
3. Докажите, что правильный четырехугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
4. Докажите, что правильный шестиугольник и правильный треугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
5. Докажите, что золотое сечение отрезка можно построить с помощью циркуля и линейки.
6. Докажите, что сторона правильного десятиугольника, вписанного в окружность, разбивает радиус этой окружности в золотом сечении.

Вопросы для самоконтроля

Докажите, что правильный десятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
Докажите, что правильный пятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
Докажите, что разделить угол в 60° на три равные части с помощью циркуля и линейки невозможно.
Докажите, что невозможно с помощью циркуля и линейки построить сторону куба, объем которого в два раза больше объема данного куба.
Докажите, что невозможно с помощью циркуля и линейки построить правильный девятиугольник.
Докажите, что угол в один градус нельзя построить с помощью циркуля и линейки.
В предположении, что шестого простого числа Ферма не существует, найдите число правильных n-угольников с нечетным числом сторон, которые можно построить с помощью циркуля и линейки.

7. Организация самостоятельной работы студентов по дисциплине.

1) Виды и формы деятельности студентов в рамках самостоятельной работы (в том числе и формы отчетности)

Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины «Математика начальной школы» предусматривает следующие виды деятельности студентов:

- Изучение теоретического материала по конспектам лекций, планам практических занятий и рекомендованной учебной литературе (отчётность – экспресс-опросы и экзамен).
- Написание конспектов по рекомендованной учебной литературе по текущим темам занятий (отчётность – конспекты к экзамену).
- Решение домашних заданий (отчётность – экспресс-опросы).
- Решение индивидуальных расчётно-графических заданий (отчётность – выполненные индивидуальные расчётно-графические задания, защита расчётно-графического задания).
- Решение домашних заданий с целью подготовки к контрольным работам (отчетность – аудиторные контрольные работы и тестирование по практическим заданиям).

Контроль самостоятельной работы осуществляется по графику:

- Проверка аудиторной контрольной работы в течение одной недели после ее выполнения;
- Защита выполненной аудиторной контрольной работы;
- Зашита выполненного расчетно-графического задания;
- Компьютерное тестирование согласно расписанию отдела тестирования;
- Экзамен согласно расписанию деканата.

2) График контроля самостоятельной работы студентов

Контроль самостоятельной работы осуществляется по графику:

- Проверка расчетно-графических заданий в течение одной недели после их выполнения;
- Компьютерное тестирование согласно расписанию отдела тестирования.
- Зачет согласно расписанию деканата.
- Интернет-тестирование согласно расписанию отдела тестирования

Тематика самостоятельной работы

Тематическое планирование самостоятельной работы на 1 семестр

№ темы	Тема
1	Понятие множества
2	Отношения между множествами
3	Операции над множествами

4	Подмножества
5	Свойства отношения включения
6	Операции над множествами
7	Законы операций над множествами
8	Декартово произведение множеств

Для самостоятельной оценки результативности самостоятельной и аудиторной работы предназначены контрольные вопросы к главам 1 – 5 учебного пособия [1].

В результате аудиторной и самостоятельной работы студент должен уметь:

формулировать условия принадлежности или непринадлежности элемента множествам $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ и $\overline{A}$;

иллюстрировать отношения между множествами и операциями над ними с помощью кругов Эйлера;

изображать числовые промежутки на координатной прямой;

производить разбиение множества на смежные классы с помощью отношения эквивалентности;

изображать декартово произведения множеств;

изображать соответствие между элементами множеств с помощью графика;

изображать соответствие между элементами множеств с помощью графа;

находить значение истинности составного высказывания;

строить отрицание составного высказывания;

строить отрицания для предикатной формулы с кванторами;

устанавливать наличие или отсутствие логического следования или равносильности между составными высказываниями;

устанавливать наличие или отсутствие логического следования или равносильности между предикатными формулами;

сформулировать теорему с помощью слов «необходимо», «достаточно» «только тогда, когда»;

переформулировать теорему с помощью закона контрапозиции;

выделять логическую структуру предложения;

проводить анализ умозаключения и определять его истинность или опровергать с помощью контрпримера;

найти ошибку в определении понятия через род и видовое отличие;

выполнить задачу на распознание объекта, исходя из его определения через род и видовое отличие;

формулировать и распознавать свойства бинарных отношений;

выводить уравнение прямой с угловым коэффициентов по различным способам ее задания;

применять свойства прямой и обратной пропорциональности при решении задач;

-задавать функции различными способами.

Тематическое планирование самостоятельной работы на **2 семестр**

№ темы	Тема

1	Высказывания и операции над ними
2	Законы логики высказываний
3	Предикаты и операции над ними
4	Логическое следствие и равносильность
5	Законы логики предикатов
6	Аксиоматический метод
7	Свойства аксиоматических теорий
8	Дедукция

В результате аудиторной и самостоятельной работы студент должен знать:

определения отношений между множествами (равенства и включения);

определения объединения, пересечения, разности множеств, дополнения множества;

определения смежного класса и разбиения множества на классы;

определение декартова произведения множеств;

определение соответствия между элементами множеств;

определение взаимно однозначного соответствия между множествами:

определение равномощности множеств;

определение мощности множества;

определение конечного множества;

определения отношений между мощностями (равенства и порядка);

определение целого неотрицательного числа через мощность множества;

определения сложения целых неотрицательных чисел через объединение множеств;

определения умножения целых неотрицательных чисел через декартово произведение множеств;

определения разности целых неотрицательных чисел через разность множеств;

определения деления целого неотрицательного числа на натуральное через разбиение множества на классы;

законы арифметических операций над целыми неотрицательными числами;

аксиоматическое определение целых неотрицательных чисел через аксиомы Пеано и тождества Грассмана;

обоснование алгоритмов арифметических операций в системе целых неотрицательных чисел;

теорему о делении с остатком;

теоремы о делимости суммы, разности и произведения натуральных чисел;

определение простого и составного числа;

признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 25 для чисел, записанных в десятичной системе счисления;

метод математической индукции (аксиому индукции и утверждения, ей равносильные);

метод полной индукции (разбор случаев).

определение рационального числа;

правила арифметических действий над рациональными числами;

определение обыкновенной (несократимой) дроби;

определение десятичной дроби;

основное свойство обыкновенной дроби;

Тематическое планирование самостоятельной работы на 3 семестр

№ темы	Тема
1	Аксиомы Пеано
2	Тождества Грассмана
3	Целые неотрицательные числа
4	Свойства сложения
5	Теорема о делении с остатком
6	Целые числа
7	Теория чисел как теоретическая основ арифметических операций
8	Свойства сложения
9	Свойства умножения
10	Связь сложения и умножения

В результате аудиторной и самостоятельной работы студент должен уметь:

использовать законы арифметических операций над целыми неотрицательными числами при преобразованиях числовых выражений;

применять знания о записи чисел в десятичной системе счисления;

проводить доказательство утверждений о делимости целых неотрицательных чисел методом математической индукции;

проводить доказательство утверждений о делимости целых неотрицательных чисел методом полной индукции;

выполнять арифметические операции над целыми неотрицательным числами, записанными в различных позиционных аддитивно-мультипликативных системах счисления;

доказывать законы арифметических операций в аксиоматической теории целых неотрицательных чисел;

применять признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11, 25 для чисел, записанных в десятичной системе счисления;

применять теорему о делении с остатком;

применять теоремы о делимости суммы, разности и произведения натуральных чисел;

распознавать простые и составные числа.

использовать законы арифметических операций над числами при преобразованиях числовых выражений;

применять знания о записи чисел в десятичной системе счисления;

проводить доказательство утверждений о свойствах рациональных методом математической индукции;

проводить доказательство утверждений о свойствах рациональных чисел методом полной индукции;
доказывать законы арифметических операций над рациональными числами;

Тематическое планирование самостоятельной работы на 4 семестр

№ темы	Тема
1	Аксиоматика рациональных чисел
2	Арифметическая модель системы рациональных чисел
3	Непрерывность
4	Сечения Дедекинда
5	Арифметическая модель системы действительных чисел
6	Модель Дедекинда
7	Геометрическая интерпретация системы действительных чисел
8	Равновеликость и равносоставленность
9	Величины и измерение
10	Геометрические построения

В результате аудиторной и самостоятельной работы студент должен знать:

- правила выполнения действий с десятичными дробями;
- определения процента и правил нахождения процентов данного числа и числа по его процентам;
- правила выполнения действий с действительными числами;
- законы арифметических операций в системе действительных чисел;
- определение операций над отрезками (сложение, вычитание, умножение, деление и извлечение квадратного корня);
- определения треугольника, параллелограмма, квадрата, ромба, трапеции, прямоугольника, квадрата, круга;
- формулы площади треугольника, параллелограмма, квадрата, ромба, трапеции, прямоугольника, квадрата, круга;
- формулы для нахождения периметров многоугольников;
- теорему Пифагора;
- формулу объема прямоугольного параллелепипеда;
- определения равновеликости и равносоставленности;
- признаки равенства треугольников;
- определения прямоугольного, тупоугольного и остроугольного треугольников;
- определение прямой пропорциональности;
- свойства прямой пропорциональности;
- определение обратной пропорциональности;
- свойства обратной пропорциональности.

Для самостоятельной оценки результативности самостоятельной и аудиторной работы предназначены контрольные вопросы к главам 11 – 16 учебного пособия [1].

В результате аудиторной и самостоятельной работы студент должен уметь:
- использовать законы арифметических операций над рациональными и действительными числами при преобразованиях числовых выражений;
- применять знания о записи чисел в десятичной системе счисления;
- проводить доказательство утверждений о свойствах рациональных и действительных чисел методом математической индукции;
- проводить доказательство утверждений о свойствах рациональных и действительных чисел методом полной индукции;
- доказывать законы арифметических операций над действительными числами;
- сокращать дроби;
- выполнять арифметические действия с дробями;
- выполнять действия с десятичными дробями;
- вычислять проценты данного числа;
- находить число по его процентам;
- строить с помощью циркуля и линейки отрезок, являющийся суммой и разностью данных отрезков;
- при данном единичном отрезке строить с помощью циркуля и линейки отрезок, являющийся произведением и отношением данных отрезков;
- при данном единичном отрезке строить с помощью циркуля и линейки отрезок, являющийся корнем квадратным из данного отрезка;
- делить отрезок на равные части с помощью циркуля и линейки;
- строить прямоугольный треугольник по заданным катетам или гипотенузе и катету;
- вычислять по формулам площади треугольника, параллелограмма, квадрата, ромба, трапеции, прямоугольника, квадрата, круга;
- находить периметры многоугольников;
- вычислять объем прямоугольного параллелепипеда;
- определять равновеликость и равносоставленность простейших геометрических фигур;
- распознавать прямую или обратную пропорциональности;
- применять свойства и обратной пропорциональностей при решении задач.

Расчетно-графическое задание № 1

Тема 1. Общие понятия

Отношения между множествами

Задание 1

1.1. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных целых чисел, *B* - множество целых чисел, кратных 10, *C* - множество натуральных чисел, кратных пяти.

1.2. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество целых чисел, кратных 7; *B* - множество целых чисел, кратных 3, *C* - множество натуральных чисел, кратных 21.

1.4. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* – множество целых чисел, кратных 6, *B* – множество целых чисел, кратных 4, *C* - множество натуральных чисел, кратных 12.

1.3. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество остроугольных треугольников, *B* - множество равнобедренных треугольников, *C* - множество тупоугольных треугольников.

1.5. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество целых чисел, кратных 12; *B* – множество целых чисел, кратных 6, *C* - множество натуральных чисел, кратных 8.

1.6. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество ромбов, *B* - множество пятиугольников, *C* - множество многоугольников, содержащих угол 60^{o}.

1.7. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество трапеций; *B* - множество четырехугольников, имеющих прямой угол, *C* - множество параллелограммов.

1.8. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных чисел, *B* – множество чисел, кратных 3, *C* - множество чисел, кратных 4.

1.9. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных чисел; *B* – множество простых чисел, *C* - множество составных чисел.

1.10. Каждая из 30 невест красивая, воспитанная или умная. Воспитанных невест – 21, красивых – 18, умных – 15, красивых и воспитанных – 11, умных и воспитанных – 9, умных и красивых – 7. Сколько невест обладает всеми тремя качествами?

Задание 2

2. 1. Известно, что *M* – множество мальчиков класса, *R* – множество учащихся класса, занимающихся в кружке по рисованию. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R = \varnothing$.

2. 2. Известно, что *M* – множество спортсменов класса, *R* – множество отличников класса. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R \neq \varnothing$.

2. 3. Известно, что *M* – множество желтых цветов в вазе, *R* – множество роз в вазе. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R \neq \varnothing$.

2. 4. Известно, что *M* – множество студентов, окончивших педагогическое училище, *R* – множество отличников группы. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R \neq \varnothing$.

2. 5. Известно, что *M* – множество девочек класса, *R* – множество учащихся класса, сидящих за первыми партами. Сформулируйте условия, при которых: а) $M \cap R = \varnothing$; б) $M \cap R = M$; в) $M \cup R = R$; г) $M \setminus R \neq \varnothing$.

Проиллюстрируйте с помощью кругов Эйлера высказывания из задач 2.6–2.10:

2. 6. а) Некоторые четные числа кратны трем; б) Если число делится на 6, то оно делится на 2 и на 3.

2. 7. а) Ни одна окружность не является прямоугольником; б) Каждый квадрат является ромбом.

2. 8. а) Если число заканчивается цифрой 0 или 5, то оно делится на 5; б) Если число заканчивается цифрой 3, то оно не делится на 10.

2. 9. а) Каждый квадрат является прямоугольником б) Некоторые равнобедренные треугольники являются прямоугольными.

2. 10. а) Все мальчики класса участвовали в туристическом походе; б) Ни один мальчик из класса не является неуспевающим учеником.

Операции над множествами

Задание 3

Дано множество

$$U = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10\}$$

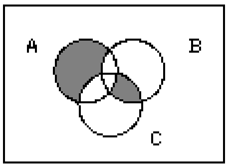
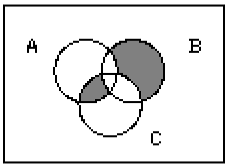
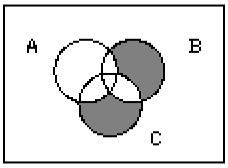
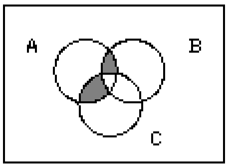
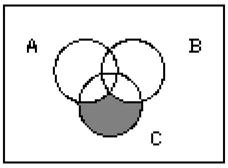
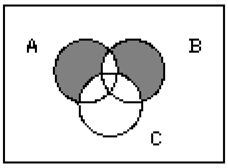
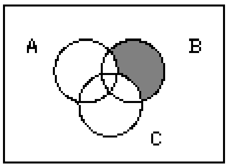
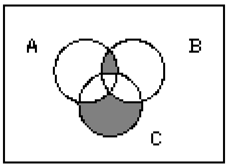
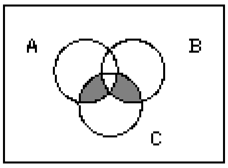
и множества A, B и C. Найдите множества:

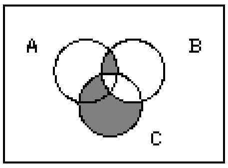
1. $A \cup B$ 2. $A \cap B$ 3. $A \cup (B \cap C)$
4. $\overline{A} \cup B$ 5. $B \setminus C$ 6. $A \cap (\overline{C} \setminus B)$

Номер варианта	Множества A, B, C
3. 1	$A = \{2; 3; 4\}$, $B = \{7; 9; 10\}$, $C = \{1; 2; 5; 6; 7; 8\}$
3. 2	$A = \{1; 2; 4; 5\}$, $B = \{3; 4; 7; 9\}$, $C = \{2; 3; 5; 7; 8\}$
3. 3	$A = \{2; 3; 4; 5\}$, $B = \{1; 4; 5; 6; 8\}$, $C = \{4; 6; 7; 9; 10\}$
3. 4	$A = \{4; 5; 6; 7\}$, $B = \{1; 2; 4; 5; 6\}$, $C = \{4;5;7;8;9\}$.
3. 5	$A = \{3; 4; 5; 7\}$, $B = \{1; 2; 5; 6\}$, $C = \{4; 5; 6; 8; 10\}$
3. 6	$A = \{2; 4; 6; 7\}$, $B = \{4; 5; 6; 7; 8\}$, $C = \{1; 2; 7; 8; 10\}$
3. 7	$A = \{1; 4; 5; 7\}$, $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$, $C = \{6; 7; 8; 10\}$
3. 8	$A = \{1; 2; 4; 5\}$, $B = \{4; 5; 8; 9\}$, $C = \{6; 7; 9; 10\}$
3. 9	$A = \{3; 7; 8; 9\}$, $B = \{1; 3; 8; 9\}$, $C = \{1; 3; 4; 6; 9\}$
3. 10	$A = \{1; 4; 8; 9\}$, $B = \{2; 4; 7; 10\}$, $C = \{3; 4; 6; 8; 10\}$

Задание 4

Выразите заштрихованное множество X с помощью теоретико-множественных операций через множества A, B, C.

Номер варианта	Множество *X*
4. 1	
4. 2	
4. 3	
4. 4	
4. 5	
4. 6	
4. 7	
4. 8	
4. 9	

Номер варианта	Множество X
4. 10	

Формулы с кванторами

Задание 5

5. 1. Выясните, является ли формула $(\forall \mathrm{x})[P(x)]\to(\exists x)[P(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. 2. Выясните, является ли формула $(\exists x)[P(x)]\to(\forall \mathrm{x})[P(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. 3. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]\vee(\forall x)[\overline{P}(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. 4. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. 5. Выясните, является ли формула $(\exists x)[P(x)\&\mathrm{Q}(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. 6. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)\to\mathrm{Q}(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. 7. Выясните, является ли формула $(\exists x)[P(x)]\to(\exists x)[\mathrm{Q}(x)]$ выполнимой (общезначимой).
3, 8. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]\to(\exists x)[P(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. 9. Выясните, является ли формула $(\exists x)[P(x)]\&(\exists x)[\overline{P}(x)]$ выполнимой (общезначимой).
5. 10. Выясните, является ли формула $(\forall x)[P(x)]\&(\exists x)[\overline{P}(x)]$ выполнимой (общезначимой).

Задание 6

6. 1. Сформулируете отрицание высказывания «любая окружность имеет ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 2. Сформулируете отрицание высказывания «все трапеции имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 3. Сформулируете отрицание высказывания «любой прямоугольник имеет две оси симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 4. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые параллелограммы имеют центр симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 5. Сформулируете отрицание высказывания «диагонали любого ромба не равны между собой» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 6. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые трапеции имеют центр симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 7. Сформулируете отрицание высказывания «диагонали любого параллелограмма не равны между собой» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 8. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые параллелограммы имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 9. Сформулируете отрицание высказывания «любой параллелограмм имеет ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
6. 10. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые трапеции имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.

Логическое следствие и логическая равносильность

Задание 7

7. 1. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы площадь прямоугольника была больше 100 см^2 ..., чтобы каждая из его сторон была больше 10 см» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
7. 2. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы пересечение двух множеств было пустым ..., чтобы оба множества были пусты» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
7. 3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы разность двух целых чисел была положительной ..., чтобы оба компонента разности были положительны» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
7. 4. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, декартово произведение двух множеств была не пусто ..., чтобы оба множество были не пусты» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
7. 5. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы площадь треугольника была больше 10 см^2 ..., чтобы его основание было больше 5 см» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
7. 6. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была четной ..., чтобы оба слагаемых были четными» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
7. 7. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы произведение целых чисел было кратно четырем ..., чтобы оба множителя были кратны четырем» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
7. 8. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы разность целых чисел была четной ..., чтобы оба ее компонента были четными» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
7. 9. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел было меньше 40 ..., чтобы оба слагаемых были меньше 20».слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
7. 10. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была кратна пяти ..., чтобы оба слагаемых были кратны пяти» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:

Определение понятия через род и видовое отличие

Задание 8

8. 1. Дайте определения понятия «шар», введя родовое понятие и видовое отличие.

8. 2. Дайте определения понятия «треугольник», введя родовое понятие и видовое отличие.
8. 3. Дайте определения понятия «многоугольник», введя родовое понятие и видовое отличие.
8. 4. Дайте определения понятия «биссектриса угла», введя родовое понятие и видовое отличие.
8. 5. Дайте определения понятия «куб», введя родовое понятие и видовое отличие.
8. 6. Дайте определения понятия «трапеция», введя родовое понятие и видовое отличие.
8. 7. Дайте определения понятия «параллелограмм», введя родовое понятие и видовое отличие.
8. 8. Дайте определения понятия «квадрат», введя родовое понятие и видовое отличие.
8. 9. Дайте определения понятия «ромб», введя родовое понятие и видовое отличие.
8. 10. Дайте определения понятия «угол», введя родовое понятие и видовое отличие.

Элементы комбинаторики

Задание 9

9. 1. Во взводе 3 сержанта и 30 солдат. Сколькими способами можно составить караульный наряд из одного сержанта и трех солдат?
9. 2. Сколько нечетных чисел можно составить из цифр числа 5489, если каждую цифру использовать не более одного раза?
9. 3. Сколько четных пятизначных чисел можно образовать из цифр 0, 1, 2, 3, 4, при условии, что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
9. 4. Сколько нечетных пятизначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии , что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
9. 5. Сколько пятизначных чисел, кратных пяти, можно образовать из цифр 0, 1, 2, 3, 4, при условии, что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
9. 6. Сколько нечетных пятизначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии , что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
9. 7. Сколько различных подмножеств можно составить из элементов множества $A=\{a, b, c, d, e\}$?
9. 8. Студенту необходимо сдать 4 экзамена за 9 дней. Сколькими способами это можно сделать, если известно, что последний экзамен он сдает на девятый день?
9. 9. Собрание из 100 человек выбирает председателя, секретаря и трех членов редакционной комиссии. Сколькими способами можно это сделать?
9. 10. На собрании должны выступить 4 человека: *A, B, C, D.* Сколькими способами их можно разместить в списке ораторов, если известно, что B не может выступать, пока не выступит A?

Бинарные отношения

Задание 10

10. 1. Какими свойствами обладает отношение E - «окружность x не пересекает окружность y или совпадает с ней», заданное на множестве окружностей? Является ли это отношение эквивалентностью? Порядком?
10. 2. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 3», заданное на множестве натуральных чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?

10. 3. Отношение E - «число x является делителем числа y» задано между элементами множеств A={3, 4, 5, 6} и B={-3, 10, 15, 30, -12, 18}. Постройте граф и график этого отношения.
10. 4. Отношение E - «число x является модулем числа y» задано между элементами множества A={1, 3, 4, -5, -6, -4, , 5, 5, 7, 6}. Постройте граф и график этого отношения.
10. 5. Отношение E - «число x является делителем числа y» задано между элементами множества A={1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Постройте граф и график этого отношения.
Отношение E - «числа x и y имеют одинаковые остатки при делении на 3» задано между элементами множества A={1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Докажите, что E является отношением эквивалентности найдите фактормножество $A/_E$
10. 6. Отношение E - «числа x и y - взаимно просты» задано между элементами множеств A={1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Постройте граф и график этого отношения.
10. 7. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 6», заданное на множестве целых чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?
10. 8. Отношение E - «число x не взаимно просто с числом y» задано между элементами множества A={1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Постройте граф и график этого отношения. Является ли отношение эквивалентностью? Порядком?
10. 9. Какими свойствами обладает отношение E - «окружность x не пересекает окружность y или совпадает с ней», заданное на множестве окружностей? Является ли это отношение эквивалентностью? Порядком?
10. 10. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 3», заданное на множестве натуральных чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ № 2
ТЕМА 2. ЦЕЛЫЕ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Вариант 1

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$.
2. При делении на 7 чисел a *и* b получаются числа 2 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение ab?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $1221_3\cdot(2212_3-1220_3)$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n\in\mathbf{N})[6\,|\,(n^3+5n)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 12345 и 123 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 113 простым.
7. Докажите, что число при делении на 9 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.

Вариант 2

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

2. При делении на 13 чисел *a, b* и *c* получаются числа 1, 2 и 3 соответственно. Какой остаток при делении на 15 дает произведение *abc*?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $523_7 \cdot 34_7 + 1563_7$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})\left[35 \mid \left(6^{2n} - 1\right)\right]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 23456 и 456 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 311 простым.
7. Докажите, что при делении на 11 число дает такой же остаток, что и его знакопеременная сумма цифр.

Вариант 3

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1 + 3 + 5 + ... + (2n+1) = (n+1)^2$.
2. При делении на 11 чисел *a и b* получаются числа 3 и 7 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение *ab*?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $131_4 \cdot (2312_4 - 131_4)$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})\left[6 \mid \left(n^3 + 11n\right)\right]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 128705 и 12870 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 119 простым.
7. Докажите, что для того, чтобы разность $a–b$ делилась на число m необходимо и достаточно, чтобы a и b давали при делении на m одинаковые остатки.

Вариант 4

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
2. При делении на 17 чисел *a, b* и *c* получаются числа 3, 4 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 17 дает произведение *abc*?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $53_8 \cdot 34_8 + 153_8$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})\left[4\left(3^{2n+1} + 1\right)\right]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 3456789 и 345678 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 211 простым.
7. Докажите, что сумма $a+b$ делится на число m тогда и только тогда, когда $Rest(a, m) + Rest(b, m)$ делится на m.

Вариант 5

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n $4^n + 15n – 1$ делится на 9.

2. При делении на 7 чисел *a и b* получаются числа 2 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение *ab*?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $121_3 \cdot (202_3 - 120_3)$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})[6 \mid (n^3 - 7n + 6)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 123456789 и 12345678 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 113 простым.
7. Докажите, что существуют сколь угодно большие отрезки натурального ряда [*a*, *b*], состоящие только из составных чисел.

Вариант 6

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. При делении на 13 чисел *a, b* и *c* получаются числа 1, 2 и 3 соответственно. Какой остаток при делении на 15 дает произведение *abc*?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $523_7 \cdot 34_7 + 1563_7$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})[35 \mid (6^{2n} - 1)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 234567 и 23456 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 311 простым.
7. Докажите, что число при делении на 3 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.

Вариант 7

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1 + 3 + 5 + ... + (2n+1) = (n+1)^2$.
2. При делении на 11 чисел *a и b* получаются числа 3 и 7 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение *ab*?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $131_4 \cdot (202_4 - 103_4)$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})[6 \mid (n^3 + 11n)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 7650 и 12870 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 113 простым.

Вариант 8

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$.
2. При делении на 17 чисел *a, b* и *c* получаются числа 3, 4 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 17 дает произведение *abc*?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $53_8 \cdot 37_8 + 13_8$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})[4(3^{2n+1} + 1)]$.

5. Найдите наибольший общий делитель чисел 23456 и 234 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 211 простым.
7. Докажите, что при делении на 8 число дает такой же остаток, что и число, представленное его тремя последними цифрами.

Вариант 9

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n $10^n + 18n – 1$ делится на 27.
2. При делении на 7 чисел a *и* b получаются числа 2 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение ab?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $121_3 \cdot (202_3 – 120_3)$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})[6 \mid (n^3 + 5n)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 123456789 и 12345678 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 113 простым.
7. Докажите, что при делении на 4 число дает такой же остаток, что и число, представленное его двумя последними цифрами.

Вариант 10

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$.
2. При делении на 17 чисел a, b и c получаются числа 3, 4 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 17 дает произведение abc?
3. Выполните действия в указанной системе счисления $53_8 \cdot 34_8 + 153_8$ и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})[4(3^{2n+1} + 1)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 3456789 и 345678 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 211 простым.
7. Докажите, что уравнение x^2=2 не имеет решения в системе рациональных чисел.

РАсчетно-графическое задание № 3
Тема 3. Расширение понятия числа

Вариант 1

1. Докажите, что сумма действительных чисел всегда существует и единственна.
2. Докажите, что число, равное золотому сечению, иррационально.
3. Докажите, что прямоугольник - квадрируемая фигура.
4. Докажите, что существует в точности пять типов правильных многогранников.
5. Докажите, что разделить угол в 60^o на три равные части с помощью циркуля и линейки невозможно.
6. Докажите, что произведение действительных чисел всегда существует и единственно.

7. Докажите, что с помощью циркуля и линейки можно построить правильный пятиугольник.

Вариант 2

1. Докажите, что существуют равновеликие, но не равносоставленные фигуры.
2. Докажите, что множество точек плоскости, из которых данный отрезок виден под данным углом, является объединением двух дуг окружностей.
3. Докажите, что невозможно с помощью циркуля и линейки построить сторону куба, объем которого в два раза больше объема данного куба.
4. Докажите, что для каждого ненулевого действительного числа существует единственное обратное.
5. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c (и $a>b$), то разность отрезков $a-b$ тоже соизмерима с отрезком c.
6. Докажите, что существуют равносоставленные, но не равные фигуры.
7. Докажите, что множество точек плоскости, сумма квадратов расстояний от которых до двух данных точек равна данной величине, является окружностью.

Вариант 3

1. Докажите, что невозможно с помощью циркуля и линейки построить правильный девятиугольник.
2. Докажите, что сложение действительных чисел ассоциативно.
3. Докажите, что с помощью циркуля и линейки можно построить произведение данных отрезков a, b (при данном единичном отрезке e).
4. Докажите, что равновеликие прямоугольники равносоставлены.
5. Докажите, что множество точек плоскости, разность квадратов расстояний от которых до двух данных точек A, B равна данной величине, является прямой, перпендикулярной отрезку AB.
6. Докажите, что нельзя построить с помощью циркуля и линейки угол в один градус
7. Докажите, что система действительных чисел упорядочиваема.

Вариант 4

1. Докажите, что если дан единичный отрезок e, то для данного отрезка a можно построить с помощью циркуля и линейки отрезок $\sqrt{a}$.
2. Докажите, что каждый треугольник равносоставлен с некоторым квадратом.
3. Докажите, что множество точек плоскости, отношение расстояний от которых до двух данных точек равна данной величине, является окружностью.
4. Докажите, что отношение равновеликости является отношением эквивалентности на множестве квадрируемых фигур.
5. Докажите, что порядок в системе действительных чисел является линейным.
6. Докажите, что с помощью циркуля и линейки можно построить среднее геометрическое данных отрезков a и b.
7. Докажите, что трапеция - квадрируемая фигура.

Вариант 5

1. Докажите, что отношение соизмеримости является отношением эквивалентности на множестве отрезков.
2. Докажите, что отношение “укладываемости” является отношением частичного порядка на множестве отрезков.
3. Докажите, что порядок в системе действительных чисел является непрерывным.
4. Докажите, что с помощью циркуля и линейки можно разделить данный отрезок на n равных частей.
5. Докажите, что квадрат является квадрируемой фигурой.
6. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c, то сумма отрезков $a+b$ тоже соизмерима с отрезком c.
7. Докажите, что функция «длина отрезка» существует.

Вариант 6

1. Докажите, что множество действительных чисел из интервала (0, 1) несчётно.
2. Докажите, что сторона правильного десятиугольника, вписанного в окружность, разбивает радиус этой окружности в золотом сечении.
3. Докажите, что прямоугольник и квадрат, имеющие равные площади, - равносоставлены.
4. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c (и $a>b$), то разность отрезков $a–b$ тоже соизмерима с отрезком c.
5. Докажите, что при изменении длины единичного отрезка в k раз численные значения длин отрезков изменятся в $\frac{1}{k}$ раз.
6. Докажите, что система действительных чисел линейно упорядочена.
7. Докажите, что функция «длина отрезка» существует.

Вариант 7

1. Докажите, что для каждого действительного ненулевого числа существует единственное обратное.
2. Докажите, что умножение действительных чисел коммутативно.
3. Докажите, что отношение соизмеримости для отрезков является отношением эквивалентности.
4. Докажите, что существует плоские фигуры, не имеющие площади.
5. Докажите, что прямую, касательную к данной окружности и проходящую через данную точку, можно построить с помощью циркуля и линейки.
6. Докажите, что параллелограмм является квадрируемой фигурой.
7. Докажите, что произведение действительных чисел всегда существует и единственно.

Вариант 8

1. Докажите, что если дан единичный отрезок e, то частное данных отрезков a, b можно построить с помощью циркуля и линейки
2. Докажите, что если длина стороны параллелограмма равна a, а длина высоты - h, то площадь прямоугольника равна $a \cdot h$.
3. Докажите, что умножение действительных чисел ассоциативно.

4. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с единичным отрезком c, то частное отрезков a:b тоже соизмеримо с отрезком c.
5. Докажите, что сложение на множестве действительных чисел удовлетворяет закону сокращения.
6. Докажите, что если дан единичный отрезок e, то произведение данных отрезков a, b можно построить с помощью циркуля и линейки
7. Докажите, что для каждого ненулевого действительного числа существует единственное обратное.

Вариант 9

1. Докажите, что каждая непериодическая десятичная дробь изображает иррациональное число.
2. Докажите, что правильный десятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
3. Докажите, что отношение соизмеримости для отрезков является отношением эквивалентности.
4. Докажите, что множество геометрических фигур и множество действительных чисел не равномощны.
5. Докажите, что правильный десятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
6. Докажите, что сумма действительных чисел всегда существует и единственна.
7. Докажите, что с помощью циркуля и линейки можно разбить отрезок в золотом сечении.

Вариант 10

1. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с единичным отрезком c, то частное отрезков a:b тоже соизмеримо с отрезком c.
2. Докажите, что сумма действительных чисел всегда существует и единственна.
3. Докажите, что число, равное золотому сечению, иррационально.
4. Докажите, что прямоугольник - квадрируемая фигура.
5. Докажите, что существует в точности пять типов правильных многогранников.
6. Докажите, что разделить угол в 60° на три равные части с помощью циркуля и линейки невозможно.
7. Докажите, что произведение действительных чисел всегда существует и единственно.

Тематический план контрольных работ.

Семестр	Общая тема контрольной работы и тематика контрольных задач
1	Контрольная работа № 1 Общие понятия математики.
	1. Включение множеств
	2. Теоретико-множественные операции
	3. Равенство множеств

	4. Разбиение множества на смежные классы
	5. Логические операции и и их свойства
	6. Квантификация предикатов
	7. Логическое следование и логическая равносильность
	8. Определения понятий через род и видовое отличие
	9. Логические умозаключения
	10. Отношение эквивалентности и отношение порядка
	11. Отображения
	12. Числовые функции
2	Контрольная работа № 2 Целые неотрицательные числа.
	1. Теоретико-множественная модель системы целых неотрицательных чисел
	2. Натуральные числа как результаты измерения величин
	3. Свойства арифметических операций в системе целых неотрицательных чисел
	4. Доказательства свойств арифметических операций в аксиоматической теории целых неотрицательных чисел
	5. Арифметические действия в аддитивно-мультипликативной позиционной системе счисления
	6. Признаки делимости в десятичной системе счисления
	7. Отношение делимости на множестве целых неотрицательных чисел. Метод полной индукции.
	8. Отношение делимости на множестве целых неотрицательных чисел. Метод математической индукции.
	9. Простые и составные числа. Решето Эратосфена
4	Контрольная работа № 3 Рациональные и действительные числа. Величины. Элементы геометрии
	1. Дроби как представители рациональных чисел
	2. Свойства дробей. Метод математической индукции.
	3. Свойства операций в системе положительных рациональных чисел
	4. Десятичные дроби и их свойства
	5. Действия над величинами
	6. Геометрические задачи на построение
	7. Геометрические величины
	8. Равновеликие и равносоставленные фигуры
	9. Прямая и обратная пропорциональности

Примерные аттестационные педагогические измерительные материалы для срезовых контрольных работ по модулям

Модуль 1

Вариант № 1

1. Установите отношения между множествами A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если A - множество четных натуральных чисел; B - множество натуральных чисел, кратных пяти; C - множество натуральных чисел, кратных 10.
2. Укажите характеристические свойства элементов множества $A\cap B$ и $A\cup B$, если A - множество четных целых чисел; B - множество натуральных чисел, кратных пяти.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была четной ..., чтобы оба слагаемых были четными» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получилось истинное высказывание.
4. Соответствие E - «число х делит число у» задано между элементами множества X={2, 3, 4, 5, 6} и Y={10, 20, 30, 40, 50}. Постройте граф и график этого соответствия.

Вариант № 2

1. Установите отношения между множествами A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если A - множество натуральных чисел, кратных 7; B - множество натуральных чисел, кратных 3; C - множество натуральных чисел, кратных 21.
2. Укажите характеристические свойства элементов множества $A\cap B$ и $A\cup B$, если A - множество натуральных чисел, кратных 7; B - множество натуральных чисел, кратных 3.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы произведение целых чисел было кратно четырем ..., чтобы оба множителя были кратны четырем» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получилось истинное высказывание.
4. Соответствие E - «числа х и у имеют одинаковые остатки при делении на 3» задано между элементами множеств X={7, 8, 9, 10, 12} и Y={1, 3, 4, 5}. Постройте граф и график этого соответствия.

Вариант № 3

1. Установите отношения между множествами A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если A - множество натуральных чисел, кратных 9; B - множество натуральных чисел, кратных 6; C - множество натуральных чисел, кратных 18.
2. Укажите характеристические свойства элементов множества $A\cap B$ и $A\cup B$, если A - множество натуральных чисел, кратных 9; B - множество натуральных чисел, кратных 6.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы разность целых чисел была четной ..., чтобы оба ее компонента были четными» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получилось истинное высказывание.
4. Соответствие E - «число х делится на число у» задано между элементами множеств X={7, 8, 9, 10} и Y={1, 3, 4, 5}. Постройте граф и график этого соответствия.

Вариант № 4

1. Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* – множество натуральных чисел, кратных 8; *B* - множество натуральных чисел, кратных 6, *C* - множество натуральных чисел, кратных 24.
2. Укажите характеристические свойства элементов множества $A \cap B$ и $A \cup B$, если *A* – множество натуральных чисел, кратных 8; *B* - множество натуральных чисел, кратных 6.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была меньше 40 ..., чтобы оба слагаемых были меньше 20» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получилось истинное высказывание.
4. Соответствие *E* - «числа x и y имеют одинаковые остатки при делении на 2» задано между элементами множеств X={7, 8, 9, 10, 12} и Y={1, 3, 4, 5}. Постройте граф и график этого соответствия.

Вариант № 5

Установите отношения между множествами *A, B, C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество натуральных чисел, кратных 4, *B* - множество натуральных чисел, кратных 6, *C* - множество натуральных чисел, кратных 12.

Укажите характеристические свойства элементов множества $A \cap B$ и $A \cup B$, если *A* - множество натуральных чисел, кратных 4, *B* - множество натуральных чисел, кратных 6.

Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была кратна пяти ..., чтобы оба слагаемых были кратны пяти» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получилось истинное высказывание.

Соответствие *E* - «число x не делится на число y» задано между элементами множеств X={10, 15, 30, 12} и Y={1, 4, 5, 6}. Постройте граф и график этого соответствия.

Часть 2

Вариант № 1

Не выполняя действий, установите, делится ли число 1 872+23 152 на 36.

Докажите методом полной индукции, что при любом натуральном *n* число *n*5 - *n* делится на 5.

Докажите методом математической индукции, что для любого натурального числа *n* число 4*n* + 15*n* - 1 делится на 3.

Выясните, является ли число 113 простым.

Вариант № 2

Не выполняя действий, установите, делится ли число 549+34 722+8 001 на 36.

Докажите методом полной индукции, что при любом натуральном *n* число *n*3 –7*n* + 6 делится на 3.

Докажите методом математической индукции, что для любого натурального числа *n* число 32*n*+3 + 5 делится на 8.

Выясните, является ли число 127 простым.

Вариант № 3

Не выполняя действий, установите, делится ли число 81 746+93 274+72 390 на 45.
Докажите методом полной индукции, что при любом натуральном *n* число *n*3 –*n* делится на 6.
Докажите методом математической индукции, что для любого натурального числа *n* число 4*n* + 15*n* - 1 делится на 9.
Выясните, является ли число 131 простым.

Вариант № 4
Не выполняя действий, установите, делится ли число 23 541-17 028 на 36.
Докажите методом полной индукции, что при любом натуральном *n* число 2*n*3 -3*n*2 + *n* делится на 6.
Докажите методом математической индукции, что для любого натурального числа *n* число 10*n* + 18*n* -1 делится на 27.
Выясните, является ли число 137 простым.

Вариант № 5
Не выполняя действий, установите, делится ли число 25 468 – 18 532 на 36.
Докажите методом полной индукции, что 2*n*3 +3*n*2 + 7*n* делится на 6.
Докажите методом математической индукции, что для любого натурального числа *n* число 32*n*+3 + 40*n* - 27 делится на 8.
Выясните, является ли число 139 простым.

7. Тематика контрольных работ, курсовых работ (не предусмотрено)
8. Перечень вопросов на зачет (дифференцированный зачет, экзамен)

Варианты заданий для зачета (1 семестр)
Вариант № 1

1. Выполнима ли формула $(\forall x)[P(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые параллелограммы имеют центр симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была четной ..., чтобы оба слагаемых были четными» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
4. Дайте определения понятия «трапеция», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Сколько четных пятизначных чисел можно образовать из цифр 0, 1, 2, 3, 4, при условии , что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
6. Отношение *E* - «число x является модулем числа y» задано между элементами множеств $A=\{3, 4, 5, 6\}$ и $B=\{-3, -4, 3, 4, 5, -5, -6, 6\}$. Постройте граф и график этого отношения.
7. Установите отношения между множествами *A*, *B*, *C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных целых чисел, *B* - множество целых чисел, кратных 10, *C* - множество натуральных чисел, кратных пяти.

Вариант № 2

1. Выполнима ли формула (∃x)[P(x)]?
2. Сформулируете отрицание высказывания «диагонали любого ромба не равны между собой» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы произведение целых чисел было кратно четырем ..., чтобы оба множителя были кратны четырем» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
4. Дайте определения понятия «параллелограмм», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Сколько нечетных пятизначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии , что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
6. Отношение E - «число х является делителем числа у» задано между элементами множеств A={3, 4, 5, 6} и B={-3, 10, 15, 30, -12, 18}. Постройте граф и график этого отношения.
7. Установите отношения между множествами A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если A - множество целых чисел, кратных 7; B - множество целых чисел, кратных 3, C - множество натуральных чисел, кратных 21.

Вариант № 3
1. Выполнима ли формула (∃x)[P(x)&Q(x)]?
2. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые трапеции имеют центр симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы разность целых чисел была четной ..., чтобы оба ее компонента были четными» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
4. Дайте определения понятия «квадрат», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Сколько пятизначных чисел, кратных пяти, можно образовать из цифр 0, 1, 2, 3, 4, при условии, что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?
6. Отношение E - «число х является модулем числа у» задано между элементами множества A={1, 3, 4, -5, -6, -4, , 5, 5, 7, 6}. Постройте граф и график этого отношения.
7. Установите отношения между множествами A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если A - множество остроугольных треугольников, B - множество равнобедренных треугольников, C - множество тупоугольных треугольников.

Вариант № 4
1. Выполнима ли формула (∃x)[P(x)&Q(x)]?
2. Сформулируете отрицание высказывания «диагонали любого параллелограмма не равны между собой» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел было меньше 40 ..., чтобы оба слагаемых были меньше 20».слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
4. Дайте определения понятия «ромб», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Сколько нечетных пятизначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии , что каждая цифра входит в пятизначное число только один раз?

6. Отношение *E* - «число x является делителем числа y» задано между элементами множества A={1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Постройте граф и график этого отношения.
7. Установите отношения между множествами *A*, *B*, *C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество целых чисел, кратных 12; *B* - множество целых чисел, кратных 6, *C* - множество натуральных чисел, кратных 8.

Вариант № 5

1. Выполнима ли формула $(\forall x)[P(x)\rightarrow Q(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые параллелограммы имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы сумма целых чисел была кратна пяти ..., чтобы оба слагаемых были кратны пяти» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
4. Дайте определения понятия «угол», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Сколько различных подмножеств можно составить из элементов множества $A=\{a, b, c, d, e\}$?
6. Отношение *E* - «числа x и y имеют одинаковые остатки при делении на 3» задано между элементами множества A={1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Докажите, что *E* является отношением эквивалентности найдите фактормножество $A/_E$
7. Установите отношения между множествами *A*, *B*, *C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество ромбов, *B* - множество пятиугольников, *C* - множество многоугольников, содержащих угол 60о.

Вариант № 6

1. Выполнима ли формула $(\exists x)[P(x)\rightarrow Q(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «любой параллелограмм имеет ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы пересечение двух множеств было непусто ..., чтобы оба множества были не пусты» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
4. Дайте определения понятия «окружность», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Студенту необходимо сдать 4 экзамена за 9 дней. Сколькими способами это можно сделать, если известно, что последний экзамен он сдает на девятый день?
6. Отношение *E* - «числа x и y - взаимно просты» задано между элементами множеств A={1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}. Постройте граф и график этого отношения.
7. Установите отношения между множествами *A*, *B*, *C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество трапеций; *B* - множество четырехугольников, имеющих прямой угол, *C* - множество параллелограммов.

Вариант № 7

1. Выполнима ли формула $(\exists x)[P(x)\leftrightarrow Q(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые трапеции имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, объединение двух множеств совпадало с универсальным множеством ..., чтобы оба множество совпадали с

универсальным» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:

4. Дайте определения понятия «круг», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Собрание из 100 человек выбирает председателя, секретаря и трех членов редакционной комиссии. Сколькими способами можно это сделать?
6. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 6», заданное на множестве целых чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?
7. Установите отношения между множествами *A*, *B*, *C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных чисел, *B* - множество чисел, кратных 3, *C* - множество чисел, кратных 4.

Вариант № 8

1. Выполнима ли формула $(\exists x)[P(x)]\&(\exists x)[\overline{P}(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «диагонали любого прямоугольника равны между собой» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы площадь прямоугольника была больше 100 см2 ..., чтобы каждая из его сторон была больше 10 см» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
4. Дайте определения понятия «шар», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Сколько имеется пятизначных натуральных чисел, кратных пяти?
6. Отношение *E* - «число x не взаимно просто с числом y» задано между элементами множества $A=\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Постройте граф и график этого отношения. Является ли отношение эквивалентностью? Порядком?
7. Установите отношения между множествами *A*, *B*, *C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество четных чисел; *B* - множество простых чисел, *C* - множество составных чисел.

Вариант № 9

1. Выполнима ли формула $(\forall x)[P(x)]\&(\exists x)[\overline{P}(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «некоторые параллелограммы не имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы пересечение двух множеств было пустым ..., чтобы оба множества были пусты» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
4. Дайте определения понятия «треугольник», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. На собрании должны выступить 4 человека: *A*, *B*, *C*, *D*. Сколькими способами их можно разместить в списке ораторов, если известно, что *B* не может выступать, пока не выступит *A*?
6. Сколько различных отношений эквивалентности можно задать на множестве $M=\{a, b, c\}$?
7. Каждая 30 невест красива, воспитанна или умна. Воспитанных невест - 21, красивых - 18, умных - 15, красивых и воспитанных - 11, умных и воспитанных - 9, умных и красивых - 7. Сколько невест обладают всеми тремя качествами?

Вариант № 10

1. Выполнима ли формула $(\forall x)[P(x)]\rightarrow(\exists x)[P(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «любая окружность имеет ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы разность двух целых чисел была положительной ..., чтобы оба компонента разности были положительны» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
4. Дайте определения понятия «многоугольник», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Во взводе 3 сержанта и 30 солдат. Сколькими способами можно составить караульный наряд из одного сержанта и трех солдат?
6. Какими свойствами обладает отношение *E* - «окружность x не пересекает окружность y или совпадает с ней», заданное на множестве окружностей? Является ли это отношение эквивалентностью? Порядком?
7. Установите отношения между множествами *A*, *B*, *C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество трапеций; *B* - множество ромбов, *C* - множество четырехугольников, имеющих прямой угол.

Вариант № 11

1. Выполнима ли формула $(\exists x)[P(x)]\rightarrow(\forall x)[P(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «все трапеции имеют ось симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, декартово произведение двух множеств была не пусто ..., чтобы оба множество были не пусты» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания:
4. Дайте определения понятия «биссектриса угла», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Сколько нечетных чисел можно составить из цифр числа 5489, если каждую цифру использовать не более одного раза?
6. Докажите, что отношение «иметь один и тот же остаток при делении на 3», заданное на множестве натуральных чисел, является отношением эквивалентности. Сколько классов эквивалентности определяет это отношение?
7. Установите отношения между множествами *A*, *B*, *C* и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если *A* - множество целых чисел, кратных 9, *B* - множество натуральных чисел, кратных 3, *C* - множество целых чисел, кратных 6.

Вариант № 12

1. Выполнима ли формула $(\forall x)[P(x)]\vee(\forall x)[\overline{P}(x)]$?
2. Сформулируете отрицание высказывания «любой прямоугольник имеет две оси симметрии» и установите, что истинно - само высказывание или его отрицание.
3. Вместо многоточия поставьте в предложении «для того, чтобы площадь треугольника была больше 10 см^2 ..., чтобы его основание было больше 5 см» слова «достаточно», «необходимо» или «необходимо и достаточно», чтобы получились истинные высказывания.
4. Дайте определения понятия «куб», введя родовое понятие и видовое отличие.
5. Из 70 учеников пятых классов в кружке по математике занимаются 51 человек, в литературном - 40, в историческом - 22, 6 человек занимаются во всех кружках, 32 - в

математическом и литературном, 11 - в математическом и историческом, 8 - в литературном и историческом. Сколько пятиклассников не занимаются ни в одном из этих кружков?

6. Сколько различных отношений порядка можно определить на множестве $M=\{a, b, c\}$?
7. Установите отношения между множествами A, B, C и изобразите их при помощи кругов Эйлера, если A - множество нечетных чисел; B - множество чисел, кратных 3, C - множество чисел, кратных 4.

Вопросы для экзамена (2 семестр)

- Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать свойством элементов.
- Докажите, что операция пересечения множеств ассоциативна, идемпотентна и обладает нейтральным элементом и коммутативна,
- Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует соответствий между элементами множеств A и B?
- Докажите, что множества натуральных и целых чисел равномощны.
- Приведите пример упорядоченного множества, в котором есть максимальные элементы, но нет наибольшего элемента.
- Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать перечисляющим алгоритмом.
- Докажите, что операция объединения множеств ассоциативна, коммутативна, идемпотентна и обладает нейтральным элементом.
- Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует отображений множества A в множество B?
- Докажите, что множества натуральных и рациональных чисел равномощны.
- Приведите пример упорядоченного множества, в котором есть минимальные элементы, но нет наименьшего элемента.
- Докажите, что операции объединения и пересечения множеств связаны дистрибутивным законом.
- Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует взаимно однозначных отображений множества A в множество B?
- Докажите, что множества натуральных и действительных чисел не равномощны.
- Докажите, что каждое отношение эквивалентности определяет разбиение множества на смежные классы.
- Докажите, что операции пересечения и объединения множеств связаны дистрибутивным законом.
- Задайте два соответствия с помощью графиков и постройте график произведения этих соответствий.
- Докажите, что множество всех действительных чисел и множество действительных чисел из интервала (0, 1) равномощны.
- Докажите, что разбиение множества на классы задает отношение эквивалентности на этом множестве.
- Докажите закон доказательства от противного для высказываний.
- Докажите, что операции объединения, пересечения и дополнения множеств связаны законами де Моргана.

- Задайте соответствие с помощью графа и постройте граф и график обратного соответствия.
- Докажите, что множества точек любых двух окружностей равномощны.
- Докажите, что обратная пропорциональность - непрерывная функция.
- Множество M состоит из трех элементов. Сколько отношений эквивалентности можно определить на этом множестве?
- Докажите, что пересечение множеств выражается через объединение и дополнение.
- Задайте два соответствия с помощью графов и постройте графики объединения и пересечения этих соответствий.
- Докажите, что множества точек любых двух отрезков равномощны.
- Множество M состоит из трех элементов. Сколько отношений линейного порядка можно определить на этом множестве?
- Докажите, что объединение множеств выражается через пересечение и дополнение
- Задайте два соответствия с помощью графиков и постройте графы объединения и пересечения этих соответствий.
- Докажите, что множество натуральных чисел **N** и множество P(**N**) всех подмножеств множества **N** не равномощны.
- Докажите, что отношение равномощности на классе множеств является отношением эквивалентности.
- Докажите, что разность множеств выражается через пересечение и дополнение.
- Задайте соответствие с помощью графа и постройте граф и график дополнения этого соответствия.
- Докажите, что множество М не равномощно множеству о Р(M) всех подмножеств множества M.
- Каким свойством обладают конечные множества, и только они? Почему множества натуральных и действительных чисел бесконечны?
- Задайте соответствие с помощью графа и укажите область определения, область значений, полные образы и полные прообразы этого соответствия.
- Докажите, что множество точек плоскости и множество всех фигур планиметрии не равномощны.
- Докажите, что множество, равномощное конечному, само конечно.
- Докажите, что декартово умножение и объединение множеств связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что произведение отображений снова является отображением.
- Докажите, что подмножество конечного множества само конечно.
- Докажите, что при решении системы уравнений можно включать в систему или удалять из нее уравнение-следствие системы.
- Докажите, что множество A является подмножеством множества B тогда и только тогда, когда дополнение B является подмножеством дополнения A: $A \subset B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$.
- Докажите, что произведение взаимно однозначных отображений снова является взаимно однозначным отображением.
- Докажите, что объединение конечных множеств является конечным множеством.
- Докажите, что при решении системы неравенств можно включать в систему или удалять из нее неравенство-следствие системы.

- Докажите, что соответствие, обратное взаимно однозначному отображению, является взаимно однозначным отображением.
- Докажите, что пересечение конечных множеств является конечным множеством.
- Докажите, что прямая пропорциональность - непрерывная функция.
- Докажите, что если область определения функции $F(x)$ содержит пересечение областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то уравнения $f(x) = g(x)$ и $f(x) + F(x) = g(x) + F(x)$ равносильны.
- Пусть множество A состоит из m элементов. Сколько существует бинарных отношений на множестве A?
- Задайте бинарное отношение с помощью графа и постройте граф и график обратного отношения.
- Докажите, что разность конечных множеств является конечным множеством.
- Докажите, что прямая пропорциональность является монотонной функцией.
- Докажите, что если функция $F(x)$ определена и отлична от нуля в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то уравнения $f(x) = g(x)$ и $f(x) \cdot F(x) = g(x) \cdot F(x)$ равносильны.
- Задайте два бинарных отношения с помощью графиков и постройте график произведения этих отношений.
- Пусть множество M состоит из m элементов. Сколько элементов в множестве $P(M)$ всех подмножеств множества M?
- Докажите, что прямая пропорциональность является монотонной функцией.
- Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно возрастает в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства $f(x) \le g(x)$ и $f(x) \cdot F(x) \le g(x) \cdot F(x)$ равносильны.
- Задайте два бинарных отношения с помощью графов и постройте графики объединения и пересечения этих отношений.
- Пусть множество M состоит из m элементов. Сколько подмножеств, состоящих из n элементов, содержится в M?
- Укажите области определения и области значений прямой и обратной пропорциональностей.
- Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно возрастает в пересечении областей значения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства $f(x) \le g(x)$ и $\cdot F(f(x)) \le \cdot F(g(x))$ равносильны.
- Задайте бинарное отношение с помощью графа и укажите область определения, область значений, полные образы и полные прообразы этого отношения.
- Докажите, что мощность множества действительных чисел из интервала (0, 1) больше мощности множества натуральных чисел.
- Почему зависимость $y = \frac{k}{x}$, где $k \ne 0$, называется обратной пропорциональностью? Найдите область значений и область определения обратной пропорциональности.
- Какая связь между операциями над множествами и логическими операциями над предикатами?
- Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно убывает в пересечении областей значения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства $f(x) \le g(x)$ и $\cdot F(f(x)) \ge F(g(x))$ равносильны.
- Какие особенности имеет график отношения эквивалентности?

- Докажите, что мощность множества геометрических фигур больше мощности множества действительных чисел.
- Докажите, что каждая точка прямой, проходящей через начало координат и отличной от осей координат, принадлежит графику некоторой прямой пропорциональности.
- Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно убывает в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства $f(x) \le g(x)$ и $f(x) \cdot F(x)$ $g(x) \cdot F(x)$ равносильны.
- Какие особенности имеет граф отношения эквивалентности?
- Докажите, что произведение функциональных отношений является функциональным отношением.
- Докажите, что при решении системы уравнений можно переставлять местами и объединять в подсистемы уравнения системы.
- Докажите, что каждая точка графика прямой пропорциональности принадлежит некоторой прямой, проходящей через начало координат.
- Докажите, что мощность множества числовых функций больше мощности множества действительных чисел.
- Какие особенности имеют граф и график отношения порядка?
- Докажите, что соответствие, обратное функциональному отношению F, снова является функциональным тогда и только тогда, когда F - разнозначная.
- Докажите, что при решении системы неравенств можно переставлять местами и объединять в подсистемы неравенства системы.
- Докажите, что оси координат являются асимптотами графика обратной пропорциональности.
- Докажите, что прямая теорема равносильна теореме, противоположной обратной.
- Докажите, что отношение, обратное обратной пропорциональности, является обратной пропорциональностью.
- Докажите, что операция пересечения множеств ассоциативна, коммутативна, идемпотентна и обладает нейтральным элементом.
- Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует соответствий между элементами множеств A и B?
- Докажите, что множества натуральных и целых чисел равномощны.
- Приведите пример упорядоченного множества, в котором есть максимальные элементы, но нет наибольшего элемента.
- Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать перечисляющим алгоритмом.
- Докажите, что операция объединения множеств ассоциативна, коммутативна, идемпотентна и обладает нейтральным элементом.
- Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует отображений множества A в множество B?
- Докажите, что множества натуральных и рациональных чисел равномощны.
- Приведите пример упорядоченного множества, в котором есть минимальные элементы, но нет наименьшего элемента.
- Докажите, что не каждое свойство элементов задает некоторое множество.
- Докажите, что операции объединения и пересечения множеств связаны дистрибутивным законом.

- Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует взаимно однозначных отображений множества A в множество B?
- Докажите, что множества натуральных и действительных чисел не равномощны.
- Докажите, что каждое отношение эквивалентности определяет разбиение множества на смежные классы.
- Докажите, что операции пересечения и объединения множеств связаны дистрибутивным законом.
- Задайте два соответствия с помощью графиков и постройте график произведения этих соответствий.
- Докажите, что множество всех действительных чисел и множество действительных чисел из интервала (0, 1) равномощны.
- Докажите, что разбиение множества на классы задает отношение эквивалентности на этом множестве.
- Докажите закон доказательства от противного для высказываний.
- Докажите, что операции объединения, пересечения и дополнения множеств связаны законами де Моргана.
- Задайте соответствие с помощью графа и постройте граф и график обратного соответствия.
- Докажите, что множества точек любых двух окружностей равномощны.
- Докажите, что обратная пропорциональность - непрерывная функция.
- Множество M состоит из трех элементов. Сколько отношений эквивалентности можно определить на этом множестве?
- Докажите, что конъюнкция высказываний ассоциативна и коммутативна.
- Докажите, что конъюнкция высказываний идемпотентна и обладает нейтральным и аннулирующим элементами.
- Докажите, что дизъюнкция высказываний ассоциативна и коммутативна.
- Докажите, что дизъюнкция высказываний и идемпотентна и обладает нейтральным и аннулирующим элементами.
- Докажите, что операции конъюнкции и дизъюнкции связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что операции дизъюнкции и конъюнкции связаны дистрибутивным законом.
- Докажите законы поглощения для конъюнкции и дизъюнкции.
- Докажите закон исключенного третьего и закон противоречия для высказываний.
- Докажите, что операции конъюнкции, дизъюнкции и отрицания связаны законами де Моргана.
- Докажите закон доказательства от противного для высказываний.
- Докажите закон контрапозиции для высказываний.
- Докажите правило отделения для высказываний.
- Докажите правило силлогизма для высказываний.
- Докажите, что импликация выражается через дизъюнкцию и отрицание.
- Докажите, что эквиваленция выражается через конъюнкцию и импликацию.
- Покажите, что квантор существования является обобщением дизъюнкции.
- Докажите правило силлогизма для предикатов.
- Докажите правило введения конъюнкции для предикатов.
- Докажите правило введения дизъюнкции для предикатов.

- Докажите, что формула $\overline{(\forall x)P(x)} \leftrightarrow (\exists x)\overline{P}(x)$ является законом логики предикатов.
- Докажите, что формула $\overline{(\exists x)P(x)} \leftrightarrow (\forall x)\overline{P}(x)$ является законом логики предикатов.
- Докажите, что квантор существования можно выразить через квантор общности.
- Докажите, что квантор общности можно выразить через квантор существования.
- Докажите, что аксиоматическая теория ассоциативности является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной теорией.
- Докажите, что аксиоматическая теория коммутативности является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной теорией.
- Докажите, что свойства ассоциативности и коммутативности независимы.
- Пусть аксиоматическая теория имеет системой аксиом свойства эквивалентности. Докажите, что эта теория является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной.
- Пусть аксиоматическая теория имеет системой аксиом свойства частичного порядка. Докажите, что эта теория является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной.
- Пусть аксиоматическая теория имеет системой аксиом свойства линейного порядка. Докажите, что эта теория является элементарной, непротиворечивой, не категоричной, не полной.
- Докажите, что аксиомы эквивалентности независимы.
- Докажите, что аксиомы частичного порядка независимы.
- Докажите, что аксиомы линейного порядка независимы.
- Докажите, что свойства ассоциативности и наличие нейтрального элемента независимы.
- Докажите, что свойства ассоциативности и наличие аннулирующего элемента независимы.
- Докажите, что аксиому индукции нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
- Докажите, что множество простых чисел бесконечно.
- Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано вполне упорядочено.
- Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
- Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, всегда существует.
- Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, единственна.
- Докажите, что разность рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно.
- Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственна, если существует.
- Докажите, что существуют сколь угодно большие отрезки натурального ряда $[a, b]$, состоящие только из составных чисел.
- Докажите, что для любой пары целых чисел существует наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное этих чисел.

- Докажите, что произведение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственно.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, ассоциативно.
- Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно
- Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано архимедовски упорядочено.
- Докажите, что наибольший общий кратный и наименьшее общее кратное связаны соотношением $(a, b)[a, b]=ab$.
- Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственно, если существует.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, коммутативно.
- Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.
- Докажите, что множество чисел в системе Пеано, состоящее из всех целых неотрицательных чисел, не превосходящих данное число, конечно.
- Докажите, что наибольший общий делитель равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида.
- Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, обладает нейтральным элементом.
- Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.
- Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по сложению.
- Докажите, что отрезок натурального ряда является конечным множеством.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
- Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.
- Докажите, что число c делится на произведение взаимно простых чисел a и b тогда и только тогда, когда c делится на a и c делится на b.
- Докажите, что для каждого рационального ненулевого числа, представленного обыкновенной дробью, существует единственное обратное рациональное число.
- Докажите, что отрезки натурального ряда $[1, a]$ и $[1, b]$ совпадают тогда и только тогда, когда $a=b$.
- Докажите, что при делении на 2 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении на 2.
- Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, всегда существует.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.

- Докажите, что отрезки натурального ряда $[1, a]$ содержится в отрезке $[1, b]$ тогда и только тогда, когда $a \leq b$.
- Докажите, что при делении или на 5 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении или на 5.
- Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, единственно.
- Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
- Докажите, что если $a \neq b$, то отрезки натурального ряда $[1, a]$ и $[1, b]$ - не равномощны.
- Докажите, что при делении на 4 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними двумя цифрами.
- 3.Докажите, что умножение и сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, ассоциативно.
- Докажите, что если $a<b$, то в отрезке натурального ряда $[1, b]$ содержится подмножество, равномощное отрезку $[1, a]$.
- Докажите, что при делении на 8 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними тремя цифрами.
- Докажите, что сложение и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, коммутативно.
- Докажите, что частное рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями (с ненулевым делителем), всегда существует и единственно.
- Докажите, что каждое конечное не пустое множество равномощно некоторому отрезку натурального ряда.
- Докажите, что система рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, упорядочиваема.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает нейтральным элементом.
- Докажите, что число при делении на 3 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
- Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по умножению.
- Докажите, что каждое конечное множество можно линейно упорядочить.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является линейным.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.

- Докажите, что число при делении на 9 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
- Докажите, что в системе Пеано уравнение b+x=a имеет не более одного решения.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является архимедовым.
- Докажите, что при делении на 11 число дает такой же остаток, что и его знакопеременная сумма цифр.
- Докажите, что существует единственный тип линейного упорядочения конечного множества.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает аннулирующим элементом.
- Докажите, что в системе Пеано уравнение bx=a, где $b\neq 0$, имеет не более одного решения.
- Докажите, что если система рациональных чисел существует, то каждое рациональное число представляется обыкновенной дробью.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является плотным.
- Докажите, что существует не единственный тип линейного упорядочения бесконечного множества.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, и сложение, определенное через объединение множеств связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что в любой числовой системе нейтральный элемент сложения является аннулирующим элементом умножения.
- Докажите, что для каждых целых неотрицательных чисел a, b, где $b\neq 0$, существуют такие целые неотрицательные числа q, r, что $a=b$q+ r и $r<b$.
- Докажите, что если конечное множество A разбито на равномощные классы, то число этих классов зависит только от мощности множества A и мощности класса.
- Докажите, что отношение равенства для обыкновенных дробей является отношением эквивалентности.
- Докажите, что уравнение x2=2 не имеет решения в системе рациональных чисел.
- Докажите, что деление на нуль невозможно в любой числовой системе.
- Докажите, что для каждых целых неотрицательных чисел a, b, где $b\neq 0$, существуют единственные частное и остаток при делении a на b.
- Докажите, что если множество A разбито на равномощные классы, то число этих классов зависит не только от мощности множества A и мощности класса.
- Докажите, что каждое положительное рациональное число имеет единственное представление в виде несократимой дроби.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является непрерывным.
- Докажите, что для того, чтобы разность $a-b$ делилась на число m необходимо и достаточно, чтобы a и b давали при делении на m одинаковые остатки.
- Докажите, что каждое рациональное число можно представить периодической десятичной дробью.
- Докажите, что неполное частное для целых неотрицательных чисел, определенное через разбиение множества на классы, всегда существует.
- Докажите, что отношение делимости на множестве целых неотрицательных чисел является отношением частичного порядка.

- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является вполне упорядочением.
- Докажите, что вычитание и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что каждая периодическая десятичная дробь изображает некоторое рациональное число.
- Докажите, что неполное частное для целых неотрицательных чисел, определенное через разбиение множества на классы, единственно.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является дискретным.
- Докажите, что сумма $a+b$ делится на число m тогда и только тогда, когда $Rest(a, m) + Rest(b, m)$ делится на m.
- Докажите, что вычитание и деление целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что каждое рациональное число можно представить конечной цепной дробью.
- Докажите, что множество рациональных чисел счётно.
- Докажите, что наименьший натуральный неединичный делитель натурального числа является простым.
- Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение множества на классы, всегда существует.
- Докажите, что каждая конечная цепная дробь изображает некоторое рациональное число.
- Докажите, что каждое целое неотрицательное число, большее единицы, является простым или его можно представить в виде произведения простых чисел.
- Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение множества на классы, всегда единственен.
- Докажите, что отношение соизмеримости является эквивалентностью на множестве отрезков.
- Докажите, что сложение и деление целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что отношение $\leq$ («не больше») является следствием отношения делимости.
- Докажите, что представление в виде произведения простых чисел целого неотрицательного числа, большего единицы, единственно.
- Докажите, что при частном, определенном через разбиение множества на классы, деление на нуль невозможно.
- Докажите, что сумма отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмерима с этим отрезком.
- Докажите, что сумма рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
- Докажите, что если простое число р делит произведение $a \cdot b$, то р делит a или р делит b.
- Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано бесконечно.
- Докажите, что разность отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмерима с этим отрезком.

- Докажите, что сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.
- Докажите, что частное при делении, определенном через разбиение множества на классы, единственно, если существует.
- Докажите, что аксиоматика Пеано непротиворечива, если непротиворечива теория множеств.
- Докажите, что если число a делит произведение $b·c$ и взаимно просто с числом b, то a делит c.
- Докажите, что отношение «не больше» на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано является отношением порядка.
- Докажите, что произведение отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмеримо с этим отрезком.
- Докажите, что сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.
- Докажите, что для того, чтобы число a делило число b необходимо и достаточно, чтобы каждый простой множитель, входящий в разложение числа a, входил в разложение числа b в такой же или более высокой степени.
- 2. Докажите, что отношение порядка «не меньше» на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано связно.
- Докажите, что первую аксиому Пеано нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
- Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.
- Докажите, что частное отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмеримо с этим отрезком.
- Докажите, что вторую аксиому Пеано нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
- Докажите, что для каждого рационального числа, представленного обыкновенной дробью, существует единственное противоположное рациональное число.
- Докажите, что для каждых множеств A, B существуют множество $A1$, равномощное с множеством A, и множество $B1$, равномощное с множеством B, такие, что $A \cap B = \varnothing$.
- Докажите, что если число a составное, то у него есть неединичный натуральный делитель, не превосходящий $\sqrt{a}$.
- Докажите, что отношение $\leq$ («не больше») на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано является отношением дискретного порядка.
- Докажите, что аксиому индукции нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
- Докажите, что множество простых чисел бесконечно..
- Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано вполне упорядочено.
- Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
- Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, всегда существует.
- Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, единственна.

- Докажите, что разность рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно.
- Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственна, если существует.
- Докажите, что существуют сколь угодно большие отрезки натурального ряда $[a, b]$, состоящие только из составных чисел.
- Докажите, что для любой пары целых чисел существует наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное этих чисел.
- Докажите, что произведение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственно.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, ассоциативно.
- Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно
- Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано архимедовски упорядочено.
- Докажите, что наибольший общий кратный и наименьшее общее кратное связаны соотношением $(a, b)[a, b]=ab$.
- Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственно, если существует.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, коммутативно.
- Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.
- Докажите, что множество чисел в системе Пеано, состоящее из всех целых неотрицательных чисел, не превосходящих данное число, конечно.
- Докажите, что наибольший общий делитель равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида.
- Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, обладает нейтральным элементом.
- Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.
- Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по сложению.
- Докажите, что отрезок натурального ряда является конечным множеством.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
- Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.
- Докажите, что число c делится на произведение взаимно простых чисел a и b тогда и только тогда, когда c делится на a и c делится на b.

- Докажите, что для каждого рационального ненулевого числа, представленного обыкновенной дробью, существует единственное обратное рациональное число.
- Докажите, что отрезки натурального ряда $[1, a]$ и $[1, b]$ совпадают тогда и только тогда, когда a=b.
- Докажите, что при делении на 2 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении на 2.
- Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, всегда существует.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.
- Докажите, что отрезки натурального ряда $[1, a]$ содержится в отрезке $[1, b]$ тогда и только тогда, когда $a \leq b$.
- Докажите, что при делении или на 5 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении или на 5.
- Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, единственно.
- Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
- Докажите, что если $a \neq b$, то отрезки натурального ряда $[1, a]$ и $[1, b]$ - не равномощны.
- Докажите, что при делении на 4 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними двумя цифрами.
- 3.Докажите, что умножение и сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, ассоциативно.
- Докажите, что если $a<b$, то в отрезке натурального ряда $[1, b]$ содержится подмножество, равномощное отрезку $[1, a]$.
- Докажите, что при делении на 8 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними тремя цифрами.
- Докажите, что сложение и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, коммутативно.
- Докажите, что частное рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями (с ненулевым делителем), всегда существует и единственно.
- Докажите, что каждое конечное не пустое множество равномощно некоторому отрезку натурального ряда.
- Докажите, что система рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, упорядочиваема.
- Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.

- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает нейтральным элементом.
- Докажите, что число при делении на 3 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
- Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по умножению.
- Докажите, что каждое конечное множество можно линейно упорядочить.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является линейным.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.
- Докажите, что число при делении на 9 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
- Докажите, что в системе Пеано уравнение b+x=a имеет не более одного решения.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является архимедовым.
- Докажите, что при делении на 11 число дает такой же остаток, что и его знакопеременная сумма цифр.
- Докажите, что существует единственный тип линейного упорядочения конечного множества.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает аннулирующим элементом.
- Докажите, что в системе Пеано уравнение bx=a, где $b\neq 0$, имеет не более одного решения.
- Докажите, что если система рациональных чисел существует, то каждое рациональное число представляется обыкновенной дробью.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является плотным.
- Докажите, что существует не единственный тип линейного упорядочения бесконечного множества.
- Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, и сложение, определенное через объединение множеств связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что в любой числовой системе нейтральный элемент сложения является аннулирующим элементом умножения.
- Докажите, что для каждых целых неотрицательных чисел a, b, где $b\neq 0$, существуют такие целые неотрицательные числа q, r, что a=bq+ r и $r<b$.
- Докажите, что если конечное множество A разбито на равномощные классы, то число этих классов зависит только от мощности множества A и мощности класса.
- Докажите, что отношение равенства для обыкновенных дробей является отношением эквивалентности.
- Докажите, что уравнение x2=2 не имеет решения в системе рациональных чисел.
- Докажите, что деление на нуль невозможно в любой числовой системе.
- Докажите, что для каждых целых неотрицательных чисел a, b, где $b\neq 0$, существуют единственные частное и остаток при делении a на b.
- Докажите, что если множество A разбито на равномощные классы, то число этих классов зависит не только от мощности множества A и мощности класса.

- Докажите, что каждое положительное рациональное число имеет единственное представление в виде несократимой дроби.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является непрерывным.
- Докажите, что для того, чтобы разность $a–b$ делилась на число m необходимо и достаточно, чтобы a и b давали при делении на m одинаковые остатки.
- Докажите, что каждое рациональное число можно представить периодической десятичной дробью.
- Докажите, что неполное частное для целых неотрицательных чисел, определенное через разбиение множества на классы, всегда существует.
- Докажите, что отношение делимости на множестве целых неотрицательных чисел является отношением частичного порядка.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является вполне упорядочением.
- Докажите, что вычитание и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что каждая периодическая десятичная дробь изображает некоторое рациональное число.
- Докажите, что неполное частное для целых неотрицательных чисел, определенное через разбиение множества на классы, единственно.
- Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является дискретным.
- Докажите, что сумма $a+b$ делится на число m тогда и только тогда, когда $Rest(a, m) + Rest(b, m)$ делится на m.
- Докажите, что вычитание и деление целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что каждое рациональное число можно представить конечной цепной дробью.
- Докажите, что множество рациональных чисел счётно.
- Докажите, что наименьший натуральный неединичный делитель натурального числа является простым.
- Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение множества на классы, всегда существует.
- Докажите, что каждая конечная цепная дробь изображает некоторое рациональное число.
- Докажите, что каждое целое неотрицательное число, большее единицы, является простым или его можно представить в виде произведения простых чисел.
- Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение множества на классы, всегда единственен.
- Докажите, что отношение соизмеримости является эквивалентностью на множестве отрезков.
- Докажите, что сложение и деление целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
- Докажите, что отношение $\leq$ («не больше») является следствием отношения делимости.
- Докажите, что представление в виде произведения простых чисел целого неотрицательного числа, большего единицы, единственно.
- Докажите, что при частном, определенном через разбиение множества на классы, деление на нуль невозможно.

- Докажите, что сумма отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмерима с этим отрезком.
- Докажите, что сумма рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
- Докажите, что если простое число р делит произведение $a \cdot b$, то р делит a или р делит b.
- Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано бесконечно.
- Докажите, что разность отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмерима с этим отрезком.
- Докажите, что сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.
- Докажите, что частное при делении, определенном через разбиение множества на классы, единственно, если существует.
- Докажите, что аксиоматика Пеано непротиворечива, если непротиворечива теория множеств.
- Докажите, что если число a делит произведение $b \cdot c$ и взаимно просто с числом b, то a делит c.
- Докажите, что отношение «не больше» на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано является отношением порядка.
- Докажите, что произведение отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмеримо с этим отрезком.
- Докажите, что сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.
- Докажите, что для того, чтобы число a делило число b необходимо и достаточно, чтобы каждый простой множитель, входящий в разложение числа a, входил в разложение числа b в такой же или более высокой степени.
- Докажите, что отношение порядка «не меньше» на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано связно.
- Докажите, что первую аксиому Пеано нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
- Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.

Варианты заданий для зачета (3 семестр)

Вариант 1

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$.
2. При делении на 7 чисел a и b получаются числа 2 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение ab?
3. Выполните действия в указанной системе счисления 12213·(22123-12203) и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})[6 \mid (n^3+5n)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 12345 и 123 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 113 простым.

Вариант 2

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. При делении на 13 чисел *a, b* и с получаются числа 1, 2 и 3 соответственно. Какой остаток при делении на 15 дает произведение *ab*c?
3. Выполните действия в указанной системе счисления 5237·347+15637 и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n\in\mathbf{N})[35\mid(6^{2n}-1)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 23456 и 456 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 311 простым.

Вариант 3

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1+3+5+...+(2n+1)=(n+1)^2$.
2. При делении на 11 чисел *a* и *b* получаются числа 3 и 7 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение *ab*?
3. Выполните действия в указанной системе счисления 1314·(23124-1314) и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n\in\mathbf{N})[6\mid(n^3+11n)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 128705 и 12870 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 113 простым.

Вариант 4

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^3+2^3+3^3+...+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
2. При делении на 17 чисел *a, b* и с получаются числа 3, 4 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 17 дает произведение *ab*c?
3. Выполните действия в указанной системе счисления 538·348+1538 и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n\in\mathbf{N})[4(3^{2n+1}+1)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 3456789 и 345678 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 211 простым.

Вариант 5

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$.
2. При делении на 7 чисел a и b получаются числа 2 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение ab?
3. Выполните действия в указанной системе счисления 1213·(2023-1203) и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n\in\mathbf{N})[6\,|\,(n^3+5n)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 123456789 и 12345678 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 113 простым.

Вариант 6

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2. При делении на 13 чисел a, b и с получаются числа 1, 2 и 3 соответственно. Какой остаток при делении на 15 дает произведение abс?
3. Выполните действия в указанной системе счисления 5237·347+15637 и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n\in\mathbf{N})[35\,|\,(6^{2n}-1)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 234567 и 23456 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 311 простым.

Вариант 7

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1+3+5+...+(2n+1)=(n+1)^2$.
2. При делении на 11 чисел a и b получаются числа 3 и 7 соответственно. Какой остаток при делении на 7 дает произведение ab?
3. Выполните действия в указанной системе счисления 1314·(2024-1034) и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n\in\mathbf{N})[6\,|\,(n^3+11n)]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 7650 и 12870 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 113 простым.

Вариант 8

1. Докажите, используя метод математической индукции, что для любого натурального числа n выполняется равенство $1^3+2^3+3^3+...+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
2. При делении на 17 чисел a, b и с получаются числа 3, 4 и 5 соответственно. Какой остаток при делении на 17 дает произведение abс?

3. Выполните действия в указанной системе счисления 538·378+138 и сделайте проверку, перейдя к десятичной системе.
4. Докажите методом математической индукции $(\forall n \in \mathbf{N})\left[4\left(3^{2n+1}+1\right)\right]$.
5. Найдите наибольший общий делитель чисел 23456 и 234 с помощью алгоритма Евклида.
6. Выясните, является ли число 211 простым.

Вопросы для дифференцированного зачета (4 семестр)

Докажите, что:

- Если система рациональных чисел существует, то каждое рациональное число представляется обыкновенной дробью.
- Отношение равенства для обыкновенных дробей является отношением эквивалентности.
- Каждое положительное рациональное число имеет единственное представление в виде несократимой дроби.
- Каждое рациональное число можно представить периодической десятичной дробью.
- Каждая периодическая десятичная дробь изображает некоторое рациональное число.
- Сумма рациональных чисел всегда существует и единственна.
- Сложение рациональных чисел ассоциативно.
- Сложение рациональных чисел коммутативно.
- Сложение на множестве рациональных чисел обладает нейтральным элементом.
- Для каждого рационального числа существует единственное противоположное рациональное число.
- Сложение на множестве рациональных чисел удовлетворяет закону сокращения.
- Разность рациональных чисел всегда существует и единственна.
- Произведение рациональных чисел всегда существует и единственно.
- Умножение рациональных чисел ассоциативно.
- Умножение рациональных чисел коммутативно.
- Умножение на множестве рациональных чисел обладает нейтральным элементом.
- Для каждого рационального ненулевого числа существует единственное обратное рациональное число.
- Умножение на множестве рациональных чисел удовлетворяет закону сокращения.
- Умножение и сложение рациональных чисел связаны дистрибутивным законом.
- Частное рациональных чисел a, b (где $b \neq 0$) всегда существует и единственно.
- Система рациональных чисел упорядочиваема.
- Порядок в системе рациональных чисел является линейным.
- Порядок в системе рациональных чисел является архимедовым.
- Порядок в системе рациональных чисел является плотным.
- Уравнение x2=2 не имеет решения во множестве рациональных чисел.
- Порядок в системе рациональных чисел не является непрерывным.
- Порядок в системе рациональных чисел не является вполне упорядочением.
- Порядок в системе рациональных чисел не является дискретным.
- Сложение в системе рациональных чисел является монотонной функцией.

- Умножение в системе положительных рациональных чисел является монотонной функций.
- Множество рациональных чисел Q счётно.
- Каждая непериодическая десятичная дробь изображает иррациональное число.
- Множество действительных чисел из интервала (0, 1) несчётно.
- Множества точек прямой и интервала (0, 1) равномощны.
- Множество действительных чисел и множество точек прямой равномощны.
- Множество R действительных чисел равномощно множеству $\mathrm{P}(N)$ подмножеств множества натуральных чисел N.
- Сумма действительных чисел всегда существует и единственна.
- Каждое действительное число с любой точностью может быть представлено рациональными числами по недостатку и по избытку.
- Сложение действительных чисел ассоциативно.
- Сложение действительных чисел коммутативно.
- Сложение на множестве действительных чисел обладает нейтральным элементом.
- Для каждого действительного числа существует единственное противоположное.
- Сложение на множестве действительных чисел удовлетворяет закону сокращения.
- Произведение действительных чисел всегда существует и единственно.
- Умножение действительных чисел ассоциативно.
- Умножение действительных чисел коммутативно.
- Умножение на множестве действительных чисел обладает нейтральным элементом.
- Для каждого действительного ненулевого числа существует единственное обратное.
- Умножение на множестве действительных чисел удовлетворяет закону сокращения.
- Умножение и сложение действительных чисел связаны дистрибутивным законом.
- Система действительных чисел упорядочиваема.
- Порядок в системе действительных чисел является линейным.
- Порядок в системе действительных чисел является архимедовым.
- Порядок в системе действительных чисел является плотным.
- Порядок в системе действительных чисел является непрерывным.
- Порядок в системе действительных чисел не является вполне упорядочением.
- Порядок в системе действительных чисел не является дискретным.
- Сложение в системе действительных чисел является монотонной функцией.
- Умножение в системе положительных действительных чисел является монотонной функций.
- Множество геометрических фигур и множество действительных чисел не равномощны.
- Отношение соизмеримости для отрезков является отношением эквивалентности.
- Если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c, то сумма отрезков $a+b$ тоже соизмерима с отрезком c.
- Если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c (и $a>b$), то разность отрезков $a-b$ тоже соизмерима с отрезком c.
- Если отрезки a, b соизмеримы с единичным отрезком c, то произведение отрезков $a \cdot b$ тоже соизмеримо с отрезком c.
- Если отрезки a, b соизмеримы с единичным отрезком c, то частное отрезков $a:b$ тоже соизмеримо с отрезком c.
- Если дан единичный отрезок e, то произведение данных отрезков a, b можно построить с помощью циркуля и линейки

- Если дан единичный отрезок *e*, то частное данных отрезков *a, b* можно построить с помощью циркуля и линейки
- Если дан единичный отрезок *e*, то для данного отрезка *a* можно построить *с* помощью циркуля и линейки отрезок $\sqrt{a}$.
- С помощью циркуля и линейки можно разделить данный отрезок на *n* равных частей.
- Для любого натурального *n* можно разделить данный угол на 2*n* равных частей *с* помощью циркуля и линейки.
- Касательную к данной окружности, проходящую через данную точку, можно построить с помощью циркуля и линейки.
- Общую касательную к двум данным окружностям (если она существует) можно построить с помощью циркуля и линейки.
- Если длина отрезка x выражается через длины данных отрезков *a, b, …, c* и единичного отрезка *e* с помощью операций сложения, вычитания, умножения и деления и извлечения квадратного корня, то отрезок x можно построить с помощью циркуля и линейки.
- Правильный четырехугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
- Правильный шести - и треугольники можно построить с помощью циркуля и линейки.
- Золотое сечение отрезка можно построить с помощью циркуля и линейки.
- Сторона правильного десятиугольника, вписанного в окружность, разбивает радиус этой окружности в золотом сечении.
- Правильный десятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
- Правильный пятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
- Отношение равновеликости является отношением эквивалентности.
- Отношение “укладывемости” для отрезков является отношением частичного порядка.
- Функция «длина отрезка» существует.
- Если *A*(x1), *B*(x2) - две точки на координатной прямой, то длина отрезка *AB* равна │x1–x2│.
- Если *A*(x1, y1), *B*(x2, y2) - две точки на координатной прямой, то длина отрезка *AB* равна $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.
- При изменении длины единичного отрезка в *k* раз численные значения длин отрезков изменятся в $\frac{1}{k}$ раз.
- Квадрат является квадрируемой фигурой.
- Прямоугольник является квадрируемой фигурой.
- Параллелограмм является квадрируемой фигурой.
- Трапеция является квадрируемой фигурой.
- Треугольник является квадрируемой фигурой
- Существуют равновеликие, но не равносоставленные фигуры.
- Существуют равносоставленные, но не равные фигуры.
- Существуют равновеликие, но не равные фигуры.
- Прямоугольник и квадрат, имеющие равные площади, - равносоставлены.
- Треугольник и квадрат, имеющие равные площади, - равносоставлены.
- Прямоугольник и треугольник, имеющие равные площади, - равносоставлены.
- Равновеликие прямоугольники - равносоставлены
- Равновеликие треугольники - равносоставлены

- При изменении длины единичного отрезка в k раз численные значения площади фигуры изменится в $\frac{1}{k^2}$ раз.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение

9.1. Основная литература (базовый учебник)

1. Высшая математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 478 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru/bcode/433122
2. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 204 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru/bcode/433419
3. Тетруашвили Е.В. Математика [Электронный ресурс] : практикум / Е.В. Тетруашвили, В.В. Ершов.— Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 159 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/71567.html

9.2.Дополнительная литература:

1. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Б. Гисин. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 383 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/diskretnaya-matematika-432144
2. Головин М.В. Практикум по высшей математике в примерах и задачах. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.В. Головин.— М.: Московский гуманитарный университет, 2016. — 76 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/50677.html
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 538 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/teoriya-veroyatnostey-i-matematicheskaya-statistika-456395
4. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.]; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 206 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.biblio-online.ru/bcode/445454
5. Потапов, А. П. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для академического бакалавриата / А. П. Потапов. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 256 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/matematicheskiy-analiz-differencialnoe-i-integralnoe-ischislenie-funkciy-odnoy-peremennoy-v-2-ch-chast-1-433687
6. Потапов, А. П. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для академического бакалавриата / А. П. Потапов. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 268 с. — [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/matematicheskiy-analiz-differencialnoe-i-integralnoe-ischislenie-funkciy-odnoy-peremennoy-v-2-ch-chast-2-439053

9.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет:

1. Базовые федеральные образовательные порталы . < http://www.edu.ru/db/portal/sites/portal_page.htm >.
2. Государственная публичная научно - техническая библиотека . < www.gpntb.ru/ >.
3. Информационно - коммуникационные технологии в образовании . Система федеральных образовательных порталов . < http://www.ict.edu.ru/ >.
4. Национальная электронная библиотека . < www.nns.ru/ >..
5. Поисковая система « Апорт ». < www.aport.ru/ >.
6. Поисковая система « Рамблер ». < www.rambler.ru/ >.
7. < www.yahoo.com/ >. Поисковая система «Yahoo».
8. < www.yandex.ru/ >. Поисковая система « Яндекс ».
9. Российская государственная библиотека . < www.rsl.ru/ >.
10. Российская национальная библиотека . < www.nlr.ru/ >.

9.4. Информационные технологии:

Учебно-методическое, материально-техническое и информационное обеспечение дисциплины: электронная библиотека www.ibooks.ru,
электронные учебники,
учебная обязательная и дополнительная литература,
учебно-методический комплекс по дисциплине,
локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные специализированные аудитории с оборудованием
Лицензионный пакет математических символьных вычислений *MAPLE*
Использование слайд-презентаций при проведении лекций и отдельных семинаров.
Консультация, проверка проблемных вопросов посредством электронной почты.
Участие в Интернет-экзамене в сфере профессионального обучения (ФЭПО).
В рамках изучения дисциплины задействована электронная информационно-образовательная среда вуза: в локальной сети размещены материалы по дисциплине (планы семинарских и практических занятий, памятки психолога с возрастными нормами, задания для самостоятельной работы, вопросы к зачету и экзамену, электронные учебники и др.). На аудиторных занятиях применяются мультимедийные презентации.

10.Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Текущий контроль

Уровень освоения компетенции	**Уровень освоения дисциплины (оценка)**	**Форма текущего контроля**		
		Устный опрос (сообщение, доклад, реферат, домашняя работа и др.)	**Письменный опрос (решение (составление) задач, тестов, оформление проектов документов и пр.)**	**Лабораторная работа**
		Универсальные критерии оценивания		
Высокий	Отлично	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также сформированность всех дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Применение умений и навыков уверенное.	Верно решено (выполнено) от 91 до 100 % заданий (задач)	Все задания выполнены верно, оформление работы соответствует требованиям, студентом дан четкий безошибочный ответ на все поставленные вопросы.
Базовый	Хорошо	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также успешная сформированность дескрипторов компетенции: знаний,	Верно решено (выполнено) от 76 до 90 % заданий (задач)	Все задания выполнены верно, оформление работы соответствует требованиям, студент

		умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Вместе с тем, студентом допущены ошибки, имеет место пробелы в умениях и навыках.		ответил на поставленные вопросы с замечаниями.
Пороговый	Удовлетворительно	Продемонстрированы не достаточные знания программного материала, имеются затруднения в понимании сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. Сформированы дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки порогового уровня.	Верно решено (выполнено) от 50 до 75 % заданий (задач)	Все задания выполнены с замечаниями; оформление работы имеет замечания, студент ответил на поставленные вопросы с замечаниями
Компетенции не сформированы	Неудовлетворительно	Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки не сформированы (теоретические знания разрознены, умения и навыки отсутствуют) // Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.	Верно решено (выполнено) менее 50 % заданий (задач)	Задания выполнены неправильно (не выполнены), оформление работы имеет замечания, студент ответил на поставленные вопросы с ошибками или не ответил на поставленные вопросы.

Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	**Уровень освоения дисциплины (оценка)**	**Форма промежуточной аттестации**			
		Зачет	**Дифференцированный зачет**	**Экзамен**	**Защита курсовой работы**
		Универсальные критерии оценивания			
Высокий	зачтено // отлично	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также сформированность всех дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Применение умений и навыков уверенное.		Продемонстрировано всестороннее и глубокое освещение избранной темы (проблематики), а также умение работать с источниками, делать теоретические и практические выводы. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения научный с использованием терминологии.	
Базовый	зачтено // хорошо	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также успешная сформированность дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Вместе с тем, студентом допущены ошибки, имеет место пробелы в умениях и навыках.		Продемонстрировано глубокое освещение избранной темы (проблематики), а также умение работать с источниками, делать теоретические и практические выводы. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения научный с использованием терминологии. Вместе с тем, студентом допущены ошибки.	
Пороговый	зачтено // удовлетворительно	Продемонстрированы не достаточные знания программного материала, имеются затруднения в понимании сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. Сформированы дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки порогового уровня.		Продемонстрировано в основном владение материалом, а также умение работать с источниками, делать выводы. Вместе с тем, недостаточно четко отражены результаты исследования, студентом допущены ошибки.	
Компетенции не сформированы	не зачтено // неудовлетворительно	Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки не сформированы (теоретические знания		Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса (проблематики исследования) с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Теоретические знания разрознены, умения и навыки отсутствуют // Либо	

		разрознены, умения и навыки отсутствуют) // Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.	ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.

11. Материально-техническая база

Используемые инструментальные и программные средства. Программное обеспечение: библиотека, электронная библиотека, локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные специализированные аудитории с оборудованием. В рамках изучения дисциплины применяется доска, мультимедийный проектор для демонстрации презентаций и видеоматериалов.