Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании
кафедры математики и физики
«___» _________ 20__ г., протокол №___
Зав. кафедрой _______ А.П. Горюшкин

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

Б1.В.06 «Математика в начальной школе»

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки: «Начальное образование»

Год набора: 2017, 2018

Квалификация выпускника: академический бакалавр

Форма обучения: заочная

Курс 1, 2 **Семестр** 1, 2, 3, 4

Контрольная работа: 2, 4 семестры
Зачет: 2 семестр
Экзамен: 3, 4 семестры

Петропавловск-Камчатский, 2019 г.

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 04.12.2015 №1426.

Разработчик:
Профессор кафедры математики и физики ____________________ А.П. Горюшкин

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у студентов систематизированных знаний основ математики с учетом содержательной специфики преподавания ее в начальной школе и как базы для развития профессиональных и специальных компетенций.

Задачи освоения дисциплины:

1. Формирование системы знаний и умений, связанных с содержанием курса математики начальной школы.
2. Актуализация межпредметных связей, способствующих пониманию особенностей математического образования школьников младших классов.
3. Развитие математической культуры будущего учителя начальных классов.
4. Приобретение опыта применения базовых математических знаний и основ математического моделирования для решения учебно-практических задач.
5. Активизация познавательной деятельности студентов в области математики и математического моделирования.
6. Стимулирование самостоятельной работы студентов по освоению содержания дисциплины и формированию необходимых компетенций.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Для изучения дисциплины необходимы знания, умения и компетенции, полученные на занятиях в средних учебных заведениях по дисциплинам «Геометрия», «Алгебра», «Алгебра и начала математического анализа». Обучающийся должен знать эти дисциплины в объеме школьного курса.

Освоение дисциплины «Математика в начальной школе» является необходимой базой для изучения дисциплин «Методика преподавания математики», прохождения педагогической практики.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки:

Код компетенции	Компетенция	Универсальные дескрипторы сформированности компетенции
ОК-3	Способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	**Знает:** основные характеристики и этапы развития естественнонаучной картины мира; место и роль человека в природе; основные способы математической обработки данных; основы современных технологий сбора, обработки и представления информации; способы применения естественнонаучных и математических знаний в общественной и профессиональной деятельности; современные информационные и коммуникационные технологии; понятие «информационная система», классификацию информационных систем и ресурсов. **Уметь:** ориентироваться в системе математических и естественнонаучных знаний как целостных представлений для формирования научного мировоззрения; применять понятийно-

		категориальный аппарат, основные законы естественнонаучных и математических наук в социальной и профессиональной деятельности; использовать в своей профессиональной деятельности знания о естественнонаучной картине мира; применять методы математической обработки информации; оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учётом решаемых профессиональных задач; управлять информационными потоками и базами данных для решения общественных и профессиональных задач. **Владеть:** навыками использования естественнонаучных и математических знаний в контексте общественной и профессиональной деятельности; навыками математической обработки информации.
ПК-1	Готовность реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	**Знать:** содержание учебного предмета (учебных предметов); принципы и методы разработки рабочей программы учебной дисциплины; преподаваемый предмет и специальные подходы к обучению; программы и учебники по учебной дисциплине. **Уметь:** применять принципы и методы разработки рабочей программы учебной дисциплины на основе примерных основных общеобразовательных программ и обеспечивать ее выполнение; использовать и апробировать специальные подходы к обучению в целях включения в образовательный процесс всех обучающихся; планировать и осуществлять учебный процесс в соответствии с основной общеобразовательной программой. **Владеть:** навыками разработки и реализации программы учебной дисциплины в рамках основных общеобразовательных программ начального общего образования; навыками корректировки рабочей программы учебной дисциплины для различных категорий обучающихся и реализации учебного процесса в соответствии с основными общеобразовательными программами начального общего образования; навыками составления календарного плана учебного процесса по предмету и осуществления обучения по готовой рабочей программе.

4. Содержание дисциплины

Модуль 1. Алгебра множеств и элементы логики.

Тема 1. Множество – основное понятие математики. Определения отношений между множествами (равенства и включения); определения объединения, пересечения, разности множеств, дополнения множества; определения смежного класса и разбиения множества на классы; определение декартова произведения множеств; определение соответствия между элементами множеств.

Тема 2. Математические утверждения и их структура. Определения конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции высказываний, отрицания высказывания; определения отношений логического следствия и равносильности для высказываний; определение закона логики высказываний; определения предиката и множества истинности предиката; определения кванторов общности и существования; определения логических операций над предикатами.

Тема 3. Аксиоматический метод. Аксиоматическая теория, правила вывода; свойства аксиоматических теорий; способы доказательства выполнимости или опровержения предикатных формул с кванторами; правила построений отрицания высказываний и предикатных формул с кванторами; определения отношений логического следствия и равносильности для предикатных формул; определение общезначимой предикатной формулы; определения необходимого и достаточного условия; виды теорем и связь между ними; структуру определения через род и видовое отличие.

Тема 4. Бинарные отношения и их свойства. Определение бинарного отношения на множестве; способы задания отношения; определения свойств бинарных отношений; определение и свойства отношения эквивалентности; связь между отношением эквивалентности и разбиением множества на классы; определение и свойства отношения порядка; определение и свойства функционального отношения; определение и основные свойства числовых функций; определения прямой и обратной пропорциональности.

Модуль 2. Целые неотрицательные числа

Тема 1. Целые неотрицательные числа как мощности конечных множеств. Отношения между множествами (равенства и включения); объединение, пересечение, разность множеств, дополнения множества; определение смежного класса и разбиения множества на классы; определение декартова произведения множеств; определение соответствия между элементами множеств; определение взаимно однозначного соответствия между множествами; определение равномощности множеств; определение мощности множества; определение конечного множества; определения отношений между мощностями (равенства и порядка); определение целого неотрицательного числа через мощность множества; определения сложения целых неотрицательных чисел через объединение множеств; определения умножения целых неотрицательных чисел через декартово произведение множеств; определения разности целых неотрицательных чисел через разность множеств; определения деления целого неотрицательного числа на натуральное через разбиение множества на классы; использование законов арифметических операций над целыми неотрицательными числами при преобразованиях числовых выражений; доказательства утверждений о делимости целых неотрицательных чисел методом математической индукции; доказательства утверждений о делимости целых неотрицательных чисел методом полной индукции.

Тема 2. Аксиоматическое построение системы целых неотрицательных чисел. Законы арифметических операций над целыми неотрицательными числами; аксиоматическое определение целых неотрицательных чисел через аксиомы Пеано и тождества Грассмана; использование законов арифметических операций над целыми неотрицательными числами при преобразованиях числовых выражений; запись чисел в десятичной системе счисления; доказательство утверждений о делимости целых неотрицательных чисел методом полной индукции.

Тема 3. Теория чисел – основа вычислительных действий. Обоснование алгоритмов арифметических операций в системе целых неотрицательных чисел; теорема о делении с остатком; теоремы о делимости суммы, разности и произведения натуральных чисел; определение простого и составного числа; признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25 для чисел, записанных в десятичной системе счисления; метод математической индукции; метод полной индукции.

Модуль 3. Действительные числа и элементы геометрии

Тема 1. Рациональные числа. Определение рационального числа; правила арифметических действий над рациональными числами; определение обыкновенной (несократимой) дроби; определение десятичной дроби; основное свойство обыкновенной дроби; теорему о делении с остатком; теоремы о делимости суммы, разности и произведения натуральных чисел; правила разложения выражения на множители; правила выполнения действий с десятичными дробями; определения процента и правил нахождения процентов данного числа и числа по его процентам; метод математической индукции; метод полной индукции; правила выполнения действий с действительными числами; законы арифметических операций в системе рациональных чисел.

Тема 2. Понятие непрерывности. Действительные числа. Непрерывность; законы арифметических операций в системе действительных чисел; определение операций над отрезками (сложение, вычитание, умножение, деление и извлечение квадратного корня); арифметические действия с обыкновенными дробями; действия с десятичными дробями; проценты данного числа.

Тема 3. Величины и их измерение. Понятие величины; длина отрезка; длина кривой; площадь фигуры; объем; определения равновеликости и равносоставленности; определение прямой пропорциональности; свойства прямой пропорциональности; определение обратной пропорциональности; свойства обратной пропорциональности.

Тема 4. Элементы геометрии. Определения треугольника, параллелограмма, квадрата, ромба, трапеции, прямоугольника, квадрата, круга; геометрические фигуры, изучаемые в начальной школе; формулы площади треугольника, параллелограмма, квадрата, ромба, трапеции, прямоугольника, квадрата, круга; формулы для нахождения периметров многоугольников; теорема Пифагора; построение с помощью циркуля и линейки отрезка, являющийся произведением и отношением данных отрезков; построение с помощью циркуля и линейки отрезка, являющийся корнем квадратным из данного отрезка; параллельное проектирование; изображение многогранников; изображение цилиндра; изображение конуса; изображение шара.

5. Тематическое планирование

1 семестр

Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Математика в начальной школе	4	6	0	42	52
	Всего	4	6	0	42	52

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
	Лекции		
1	Множество – основное понятие математики	2	ОК-3, ПК-1
2	Математические утверждения и их структура	2	ОК-3, ПК-1

	Практические занятия		
1	Алгебра множеств	2	ОК-3, ПК-1
2	Эквивалентность и порядок	2	ОК-3, ПК-1
3	Мощность. Элементы комбинаторики	2	ОК-3, ПК-1
	Самостоятельная работа		
1	Множества и отношения между ними	6	ОК-3, ПК-1
2	Способы задания множеств	6	ОК-3, ПК-1
3	Операции над множествами	6	ОК-3, ПК-1
4	Множества решений уравнений и неравенств	6	ОК-3, ПК-1
5	Законы операций над множествами	6	ОК-3, ПК-1
6	Алгебра высказываний	6	ОК-3, ПК-1
7	Высказывания и операции над ними	6	ОК-3, ПК-1

2 семестр
Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Математика в начальной школе	4	4	0	48	56
	Всего	4	4	0	48	56

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
	Лекции		
1	Аксиоматический метод	2	ОК-3, ПК-1
2	Бинарные отношения и их свойства	2	ОК-3, ПК-1
	Практические занятия		
1	Числовые функции	2	ОК-3, ПК-1
2	Уравнения и неравенства	2	ОК-3, ПК-1
	Самостоятельная работа		
1	Законы логики высказываний	6	ОК-3, ПК-1
2	Законы логики предикатов	6	ОК-3, ПК-1
3	Аксиоматический метод	6	ОК-3, ПК-1
4	Свойства бинарных отношений	6	ОК-3, ПК-1

5	Основные виды бинарных отношений	6	ОК-3, ПК-1
6	Функциональные отношения	6	ОК-3, ПК-1
7	Отношения порядка	6	ОК-3, ПК-1
8	Отношение эквивалентности	6	ОК-3, ПК-1

3 семестр
Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Математика в начальной школе	6	8	0	85	99
	Всего	6	8	0	85	99

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
	Лекции		
1	Целые неотрицательные числа как мощности конечных множеств	2	ОК-3, ПК-1
2	Аксиоматическое построение системы целых неотрицательных чисел	2	ОК-3, ПК-1
3	Теория чисел – основа вычислительных действий	2	ОК-3, ПК-1
	Практические занятия		
1	Сложение и умножение натуральных чисел	2	ОК-3, ПК-1
2	Арифметические операции в модели Пеано	2	ОК-3, ПК-1
3	Делимость в системе целых чисел	2	ОК-3, ПК-1
4	Метод математической индукции	2	ОК-3, ПК-1
	Самостоятельная работа		
1	Система целых неотрицательных чисел как мощностей конечных множеств	8	ОК-3, ПК-1
2	Определение произведения целых неотрицательных чисел через декартово произведение множеств	8	ОК-3, ПК-1
3	Определение частного целого натурального числа на натуральное через разбиение множества на классы	8	ОК-3, ПК-1
4	Аксиомы Пеано	8	ОК-3, ПК-1
5	Метод математической индукции	8	ОК-3, ПК-1

6	Определение сложения и умножения целых неотрицательных чисел	8	ОК-3, ПК-1
7	Теорема о делении с остатком	8	ОК-3, ПК-1
8	Позиционная система счисления	8	ОК-3, ПК-1
9	Алгоритмы арифметических действий в позиционной системе счисления	8	ОК-3, ПК-1
10	Отношение делимости на множестве целых чисел	8	ОК-3, ПК-1
11	Простые числа	5	ОК-3, ПК-1

4 семестр
Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Математика в начальной школе	8	8	0	83	99
	Всего	8	8	0	83	99

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
	Лекции		
1	Рациональные числа	2	ОК-3, ПК-1
2	Понятие непрерывности. Действительные числа	2	ОК-3, ПК-1
3	Величины и их измерение	2	ОК-3, ПК-1
4	Элементы геометрии	2	ОК-3, ПК-1
	Практические занятия		
1	Площадь и объем	2	ОК-3, ПК-1
2	Геометрические фигуры	2	ОК-3, ПК-1
3	Арифметические действия в системе рациональных чисел	2	ОК-3, ПК-1
4	Геометрические задачи на построение циркулем и линейкой	2	ОК-3, ПК-1
	Самостоятельная работа		
1	Рациональные числа	8	ОК-3, ПК-1
2	Обыкновенные дроби и рациональные числа	8	ОК-3, ПК-1
3	Десятичные дроби	8	ОК-3, ПК-1
4	Понятие непрерывности	8	ОК-3, ПК-1

5	Арифметическая модель системы действительных чисел	8	ОК-3, ПК-1
6	Геометрическая модель системы положительных действительных чисел	8	ОК-3, ПК-1
7	Основные свойства аддитивных скалярных величин	8	ОК-3, ПК-1
8	Длина отрезка	8	ОК-3, ПК-1
9	Площадь	8	ОК-3, ПК-1
10	Равновеликость и равносоставленность	8	ОК-3, ПК-1
11	Способы измерения площадей	3	ОК-3, ПК-1

6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выполнение практических заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- изучение литературы; осмысление изучаемой литературы с целью освоения теоретического материала (подготовка к практическим занятиям, зачету);
- выполнение заданий в микрогруппах;
- выполнение домашней контрольной работы;
- решение задач.

6.1. Темы практических занятий

1 семестр

Практическое занятие №1. Алгебра множеств.

Практическое занятие №2. Эквивалентность и порядок.

2 семестр

Практическое занятие №1. Числовые функции.

Практическое занятие №2. Уравнения и неравенства.

3 семестр

Практическое занятие №1. Сложение и умножение натуральных чисел.

Практическое занятие №2. Арифметические операции в модели Пеано.

Практическое занятие №3. Делимость в системе целых чисел.

Практическое занятие №4. Метод математической индукции.

4 семестр

Практическое занятие №1. Площадь и объем.

Практическое занятие №2. Геометрические фигуры.

Практическое занятие №3. Арифметические действия в системе рациональных чисел.

Практическое занятие №4. Геометрические задачи на построение циркулем и линейкой.

6.2 Внеаудиторная самостоятельная работа

№ п/п	Модуль	Тема	Форма СР	Трудоемкость (час.)

1 семестр				
1	Математика в начальной школе	Множества и отношения между ними	Решение задач	6
2		Способы задания множеств		6
3		Операции над множествами		6
4		Множества решений уравнений и неравенств		6
5		Законы операций над множествами		6
6		Алгебра высказываний		6
7		Высказывания и операции над ними		6
Итого				42
2 семестр				
1	Математика в начальной школе	Законы логики высказываний	Решение задач	6
2		Законы логики предикатов		6
3		Аксиоматический метод		6
4		Свойства бинарных отношений		6
5		Основные виды бинарных отношений		6
6		Функциональные отношения		6
7		Отношения порядка		6
8		Отношение эквивалентности		6
Итого				48
3 семестр				
1	Математика в начальной школе	Система целых неотрицательных чисел как мощностей конечных множеств	Решение задач	8
2		Определение произведения целых неотрицательных чисел через декартово произведение множеств		8
3		Определение частного целого натурального числа на натуральное через разбиение множества на классы		8
4		Аксиомы Пеано		8
5		Метод математической индукции		8
6		Определение сложения и умножения целых неотрицательных чисел		8
7		Теорема о делении с остатком		8
8		Позиционная система счисления		8
9		Алгоритмы арифметических действий в позиционной системе счисления		8
10		Отношение делимости на множестве целых чисел		8
11		Простые числа		5
Итого				85
4 семестр				
1	Математика в начальной школе	Рациональные числа	Решение задач	8
2		Обыкновенные дроби и рациональные числа		8
3		Десятичные дроби		8
4		Понятие непрерывности		8

5		Арифметическая модель системы действительных чисел		8
6		Геометрическая модель системы положительных действительных чисел		8
7		Основные свойства аддитивных скалярных величин		8
8		Длина отрезка		8
9		Площадь		8
10		Равновеликость и равносоставленность		8
11		Способы измерения площадей		3
Итого				83

7. Примерная тематика контрольных и курсовых работ

Курсовые работы по дисциплине Б1.В.06 «Математика в начальной школе» учебным планом не предусмотрены.

Примерная тематика контрольной работы «Общие понятия математики» (2 семестр):

1. Отношения между множествами.
2. Операции над множествами.
3. Элементы комбинаторики.
4. Бинарные отношения.
5. Законы логики.
6. Формулы с кванторами.
7. Логическое следование и логическая равносильность.
8. Определения понятий через род и видовое отличие.

Примерная тематика контрольной работы «Целые неотрицательные числа и элементы геометрии» (4 семестр):

1. Целые неотрицательные числа.
2. Отношение делимости.
3. Свойства дробей.
4. Доказательство свойств дробей методом математической индукции.
5. Построение отрезка заданной длины.
6. Равновеликость и равносоставленность фигур.

8. Перечень вопросов на промежуточную аттестацию

Примерные вопросы на зачет (2 семестр):

1. Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать свойством элементов.
2. Докажите, что операция пересечения множеств ассоциативна, идемпотентна и обладает нейтральным элементом и коммутативна,
3. Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует соответствий между элементами множеств A и B?
4. Докажите, что множества натуральных и целых чисел равномощны.
5. Приведите пример упорядоченного множества, в котором есть максимальные элементы, но нет наибольшего элемента.
6. Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать перечисляющим алгоритмом.
7. Докажите, что операция объединения множеств ассоциативна, коммутативна, идемпотентна и обладает нейтральным элементом.

8. Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует отображений множества A в множество B?
9. Докажите, что множества натуральных и рациональных чисел равномощны.
10. Приведите пример упорядоченного множества, в котором есть минимальные элементы, но нет наименьшего элемента.
11. Докажите, что не каждое свойство элементов задает некоторое множество.
12. Докажите, что операции объединения и пересечения множеств связаны дистрибутивным законом.
13. Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует взаимно однозначных отображений множества A в множество B?
14. Докажите, что множества натуральных и действительных чисел не равномощны.
15. Докажите, что каждое отношение эквивалентности определяет разбиение множества на смежные классы.
16. Докажите, что операции пересечения и объединения множеств связаны дистрибутивным законом.
17. Задайте два соответствия с помощью графиков и постройте график произведения этих соответствий.
18. Докажите, что множество всех действительных чисел и множество действительных чисел из интервала (0, 1) равномощны.
19. Докажите, что разбиение множества на классы задает отношение эквивалентности на этом множестве.
20. Докажите закон доказательства от противного для высказываний.
21. Докажите, что операции объединения, пересечения и дополнения множеств связаны законами де Моргана.
22. Задайте соответствие с помощью графа и постройте граф и график обратного соответствия.
23. Докажите, что множества точек любых двух окружностей равномощны.
24. Докажите, что обратная пропорциональность - непрерывная функция.
25. Множество M состоит из трех элементов. Сколько отношений эквивалентности можно определить на этом множестве?
26. Докажите, что пересечение множеств выражается через объединение и дополнение.
27. Задайте два соответствия с помощью графов и постройте графики объединения и пересечения этих соответствий.
28. Докажите, что множества точек любых двух отрезков равномощны.
29. Множество M состоит из трех элементов. Сколько отношений линейного порядка можно определить на этом множестве?
30. Докажите правило отделения для высказываний.
31. Докажите, что объединение множеств выражается через пересечение и дополнение
32. Задайте два соответствия с помощью графиков и постройте графы объединения и пересечения этих соответствий.
33. Докажите, что множество натуральных чисел $\mathbf{N}$ и множество $P(\mathbf{N})$ всех подмножеств множества $\mathbf{N}$ не равномощны.
34. Докажите, что отношение равномощности на классе множеств является отношением эквивалентности.
35. Докажите правило силлогизма для высказываний.
36. Докажите, что разность множеств выражается через пересечение и дополнение.
37. Задайте соответствие с помощью графа и постройте граф и график дополнения этого соответствия.

38. Докажите, что множество М не равномощно множеству о Р(M) всех подмножеств множества M.
39. Каким свойством обладают конечные множества и только они? Почему множества натуральных и действительных чисел бесконечны?
40. Является декартово умножение ассоциативным? Коммутативным? Обладает ли оно нейтральным элементом?
41. Задайте соответствие с помощью графа и укажите область определения, область значений, полные образы и полные прообразы этого соответствия.
42. Докажите, что множество точек плоскости и множество всех фигур планиметрии не равномощны.
43. Докажите, что множество, равномощное конечному, само конечно.
44. Докажите, что эквиваленция выражается через конъюнкцию и импликацию.
45. Докажите, что декартово умножение и объединение множеств связаны дистрибутивным законом.
46. Докажите, что произведение отображений снова является отображением.
47. Докажите, что подмножество конечного множества само конечно.
48. Докажите, что квантор существования - это обобщение дизъюнкции.
49. Докажите, что при решении системы уравнений можно включать в систему или удалять из нее уравнение-следствие системы.
50. Докажите, что множество A является подмножеством множества B тогда и только тогда, когда дополнение B является подмножеством дополнения A: $A \subset B \iff \overline{B} \subset \overline{A}$.
51. Докажите, что произведение взаимно однозначных отображений снова является взаимно однозначным отображением.
52. Докажите, что объединение конечных множеств является конечным множеством.
53. Покажите, что квантор всеобщности - это обобщение конъюнкции.
54. Докажите, что при решении системы неравенств можно включать в систему или удалять из нее неравенство-следствие системы.
55. Докажите, что соответствие, обратное взаимно однозначному отображению, является взаимно однозначным отображением.
56. Докажите, что пересечение конечных множеств является конечным множеством.
57. Докажите, что навешивание кванторов и отрицание связаны обобщенными законами де Моргана.
58. Докажите, что прямая пропорциональность - непрерывная функция.
59. Докажите, что если область определения функции $F(x)$ содержит пересечение областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то уравнения $f(x) = g(x)$ и $f(x) + F(x) = g(x) + F(x)$
60. равносильны.
61. Пусть множество A состоит из m элементов. Сколько существует бинарных отношений на множестве A?
62. Задайте бинарное отношение с помощью графа и постройте граф и график обратного отношения.
63. Докажите, что разность конечных множеств является конечным множеством.
64. Докажите, что прямая пропорциональность является монотонной функцией.
65. Докажите, что если функция $F(x)$ определена и отлична от нуля в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то уравнения $f(x) = g(x)$ и $f(x) \cdot F(x) = g(x) \cdot F(x)$ равносильны.
66. Задайте два бинарных отношения с помощью графиков и постройте график произведения этих отношений.

67. Пусть множество M состоит из m элементов. Сколько элементов в множестве $P(M)$ всех подмножеств множества M?
68. Докажите закон доказательства от противного.
69. Докажите, что прямая пропорциональность является монотонной функцией.
70. Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно возрастает в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства $f(x) \le g(x)$ и $f(x) \cdot F(x) \le g(x) \cdot F(x)$ равносильны.
71. Задайте два бинарных отношения с помощью графов и постройте графики объединения и пересечения этих отношений.
72. Пусть множество M состоит из m элементов. Сколько подмножеств, состоящих из n элементов, содержится в M?
73. Докажите, что импликация выражается через дизъюнкцию и отрицание.
74. Укажите области определения и области значений прямой и обратной пропорциональностей.
75. Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно возрастает в пересечении областей значения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства $f(x) \le g(x)$ и $\cdot\ F(f(x)) \le \cdot\ F(g(x))$
76. равносильны.
77. Задайте бинарное отношение с помощью графа и укажите область определения, область значений, полные образы и полные прообразы этого отношения.
78. Докажите, что мощность множества действительных чисел из интервала (0, 1) больше мощности множества натуральных чисел.
79. Почему зависимость $y = \frac{k}{x}$, где $k \ne 0$, называется обратной пропорциональностью? Найдите область значений и область определения обратной пропорциональности.
80. Какая связь между операциями над множествами и логическими операциями над предикатами?
81. Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно убывает в пересечении областей значения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства $f(x) \le g(x)$ и $\cdot\ F(f(x)) \ge F(g(x))$ равносильны.
82. Какие особенности имеет график отношения эквивалентности?
83. Докажите, что мощность множества геометрических фигур больше мощности множества действительных чисел.
84. Пусть предикат $P(x)$ задает множество A, а предикат $Q(x)$ - множество B. Какое множество задает предикат $P(x) \rightarrow Q(x)$?
85. Докажите, что каждая точка прямой, проходящей через начало координат и отличной от осей координат, принадлежит графику некоторой прямой пропорциональности.
86. Докажите, что если функция $F(x)$ определена и монотонно убывает в пересечении областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$, то неравенства $f(x) \le g(x)$ и $f(x) \cdot F(x)$ $g(x) \cdot F(x)$ равносильны.
87. Какие особенности имеет граф отношения эквивалентности?
88. Докажите, что произведение функциональных отношений является функциональным отношением.
89. Докажите, что при решении системы уравнений можно переставлять местами и объединять в подсистемы уравнения системы.
90. Докажите, что каждая точка графика прямой пропорциональности принадлежит некоторой прямой, проходящей через начало координат.
91. Докажите, что мощность множества числовых функций больше мощности множества действительных чисел.

92. Какие особенности имеют граф и график отношения порядка?
93. Докажите, что соответствие, обратное функциональному отношению F, снова является функциональным тогда и только тогда, когда F - разнозначная.
94. Докажите, что при решении системы неравенств можно переставлять местами и объединять в подсистемы неравенства системы.
95. Докажите, что оси координат являются асимптотами графика обратной пропорциональности.
96. Докажите, что прямая теорема равносильна теореме, противоположной обратной.
97. Докажите, что существует не задаваемое эффективно множество, имеющее перечисляющий алгоритм.
98. Докажите, что отношение логического следствия для высказываний является отношением порядка.
99. Пусть предикат $P(x)$ задает множество A, а предикат $Q(x)$ - множество B. Какое множество задает предикат $P(x) \leftrightarrow Q(x)$?
100. Докажите, что отношение, обратное обратной пропорциональности, является обратной пропорциональностью.
101. Докажите, что свойства рефлексивности, транзитивности и симметричности независимы.
102. Докажите, что не каждое множество можно задать свойством его элементов.
103. Докажите, что операция пересечения множеств ассоциативна, коммутативна, идемпотентна и обладает нейтральным элементом.
104. Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует соответствий между элементами множеств A и B?
105. Докажите, что множества натуральных и целых чисел равномощны.
106. Приведите пример упорядоченного множества, в котором есть максимальные элементы, но нет наибольшего элемента.
107. Докажите, что существуют множества, которые нельзя задать перечисляющим алгоритмом.
108. Докажите, что операция объединения множеств ассоциативна, коммутативна, идемпотентна и обладает нейтральным элементом.
109. Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует отображений множества A в множество B?
110. Докажите, что множества натуральных и рациональных чисел равномощны.
111. Приведите пример упорядоченного множества, в котором есть минимальные элементы, но нет наименьшего элемента.
112. Докажите, что не каждое свойство элементов задает некоторое множество.
113. Докажите, что операции объединения и пересечения множеств связаны дистрибутивным законом.
114. Пусть множество A состоит из m, а множество B - из n элементов. Сколько существует взаимно однозначных отображений множества A в множество B?
115. Докажите, что множества натуральных и действительных чисел не равномощны.
116. Докажите, что каждое отношение эквивалентности определяет разбиение множества на смежные классы.
117. Докажите, что операции пересечения и объединения множеств связаны дистрибутивным законом.
118. Задайте два соответствия с помощью графиков и постройте график произведения этих соответствий.
119. Докажите, что множество всех действительных чисел и множество действительных чисел из интервала $(0, 1)$ равномощны.

120. Докажите, что разбиение множества на классы задает отношение эквивалентности на этом множестве.
121. Докажите закон доказательства от противного для высказываний.
122. Докажите, что операции объединения, пересечения и дополнения множеств связаны законами де Моргана.
123. Задайте соответствие с помощью графа и постройте граф и график обратного соответствия.
124. Докажите, что множества точек любых двух окружностей равномощны.
125. Докажите, что обратная пропорциональность - непрерывная функция.
126. Множество *M* состоит из трех элементов. Сколько отношений эквивалентности можно определить на этом множестве?

Примерные вопросы на экзамен (3 семестр):

1. Докажите, что аксиому индукции нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
2. Докажите, что множество простых чисел бесконечно.
3. Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано вполне упорядочено.
4. Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
5. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, всегда существует.
6. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, единственна.
7. Докажите, что разность рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
8. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно.
9. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственна, если существует.
10. Докажите, что существуют сколь угодно большие отрезки натурального ряда [a, b], состоящие только из составных чисел.
11. Докажите, что для любой пары целых чисел существует наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное этих чисел.
12. Докажите, что произведение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственно.
13. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, ассоциативно.
14. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
15. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно
16. Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано архимедовски упорядочено.
17. Докажите, что наибольший общий кратный и наименьшее общее кратное связаны соотношением $(a, b)[a, b]=ab$.
18. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственно, если существует.
19. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, коммутативно.
20. Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.

21. Докажите, что множество чисел в системе Пеано, состоящее из всех целых неотрицательных чисел, не превосходящих данное число, конечно.
22. Докажите, что наибольший общий делитель равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида.
23. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
24. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, обладает нейтральным элементом.
25. Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.
26. Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по сложению.
27. Докажите, что отрезок натурального ряда является конечным множеством.
28. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
29. Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.
30. Докажите, что число c делится на произведение взаимно простых чисел a и b тогда и только тогда, когда c делится на a и c делится на b.
31. Докажите, что для каждого рационального ненулевого числа, представленного обыкновенной дробью, существует единственное обратное рациональное число.
32. Докажите, что отрезки натурального ряда [1, a] и [1, b] совпадают тогда и только тогда, когда a=b.
33. Докажите, что при делении на 2 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении на 2.
34. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, всегда существует.
35. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.
36. Докажите, что отрезки натурального ряда [1, a] содержится в отрезке [1, b] тогда и только тогда, когда $a \le b$.
37. Докажите, что при делении или на 5 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении или на 5.
38. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, единственно.
39. Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
40. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
41. Докажите, что при делении на 4 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними двумя цифрами.
42. Докажите, что умножение и сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, связаны дистрибутивным законом.
43. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.
44. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, ассоциативно.
45. Докажите, что если $a<b$, то в отрезке натурального ряда [1, b] содержится подмножество, равномощное отрезку [1, a].

46. Докажите, что при делении на 8 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними тремя цифрами.
47. Докажите, что сложение и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
48. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, коммутативно.
49. Докажите, что частное рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями (с ненулевым делителем), всегда существует и единственно.
50. Докажите, что каждое конечное не пустое множество равномощно некоторому отрезку натурального ряда.
51. Докажите, что система рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, упорядочиваема.
52. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.
53. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает нейтральным элементом.
54. Докажите, что число при делении на 3 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
55. Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по умножению.
56. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является линейным.
57. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.
58. Докажите, что число при делении на 9 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
59. Докажите, что в системе Пеано уравнение $b+x=a$ имеет не более одного решения.
60. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является архимедовым.
61. Докажите, что при делении на 11 число дает такой же остаток, что и его знакопеременная сумма цифр.
62. Докажите, что существует единственный тип линейного упорядочения конечного множества.
63. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает аннулирующим элементом.
64. Докажите, что в системе Пеано уравнение $bx=a$, где $b\neq0$, имеет не более одного решения.
65. Докажите, что если система рациональных чисел существует, то каждое рациональное число представляется обыкновенной дробью.
66. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является плотным.
67. Докажите, что существует не единственный тип линейного упорядочения бесконечного множества.
68. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, и сложение, определенное через объединение множеств связаны дистрибутивным законом.
69. Докажите, что в любой числовой системе нейтральный элемент сложения является аннулирующим элементом умножения.
70. Докажите, что для каждых целых неотрицательных чисел a, b, где $b\neq0$, существуют такие целые неотрицательные числа q, r, что $a=bq+r$ и $r<b$.

71. Докажите, что если конечное множество А разбито на равномощные классы, то число этих классов зависит только от мощности множества А и мощности класса.
72. Докажите, что отношение равенства для обыкновенных дробей является отношением эквивалентности.
73. Докажите, что уравнение $x^2=2$ не имеет решения в системе рациональных чисел.
74. Докажите, что деление на нуль невозможно в любой числовой системе.
75. Докажите, что для каждых целых неотрицательных чисел a, b, где $b\neq 0$, существуют единственные частное и остаток при делении a на b.
76. Докажите, что если множество А разбито на равномощные классы, то число этих классов зависит не только от мощности множества А и мощности класса.
77. Докажите, что каждое положительное рациональное число имеет единственное представление в виде несократимой дроби.
78. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является непрерывным.
79. Докажите, что для того, чтобы разность $a-b$ делилась на число m необходимо и достаточно, чтобы a и b давали при делении на m одинаковые остатки.
80. Докажите, что каждое рациональное число можно представить периодической десятичной дробью.
81. Докажите, что неполное частное для целых неотрицательных чисел, определенное через разбиение множества на классы, всегда существует.
82. Докажите, что отношение делимости на множестве целых неотрицательных чисел является отношением частичного порядка.
83. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является вполне упорядочением.
84. Докажите, что вычитание и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
85. Докажите, что каждая периодическая десятичная дробь изображает некоторое рациональное число.
86. Докажите, что неполное частное для целых неотрицательных чисел, определенное через разбиение множества на классы, единственно.
87. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является дискретным.
88. Докажите, что сумма a+b делится на число m тогда и только тогда, когда Rest(a, m) + Rest(b, m) делится на m.
89. Докажите, что вычитание и деление целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
90. Докажите, что каждое рациональное число можно представить конечной цепной дробью.
91. Докажите, что множество рациональных чисел счётно.
92. Докажите, что наименьший натуральный неединичный делитель натурального числа является простым.
93. Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение множества на классы, всегда существует.
94. Докажите, что каждая конечная цепная дробь изображает некоторое рациональное число.
95. Докажите, что каждое целое неотрицательное число, большее единицы, является простым или его можно представить в виде произведения простых чисел.
96. Докажите, что остаток при делении, определенном через разбиение множества на классы, всегда единственен.
97. Докажите, что отношение соизмеримости является эквивалентностью на множестве отрезков.

98. Докажите, что сложение и деление целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
99. Докажите, что отношение ≤ («не больше») является следствием отношения делимости.
100. Докажите, что представление в виде произведения простых чисел целого неотрицательного числа, большего единицы, единственно.
101. Докажите, что при частном, определенном через разбиение множества на классы, деление на нуль невозможно.
102. Докажите, что сумма отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмерима с этим отрезком.
103. Докажите, что сумма рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
104. Докажите, что если простое число p делит произведение a·b, то p делит a или p делит b.
105. Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано бесконечно.
106. Докажите, что разность отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмерима с этим отрезком.
107. Докажите, что сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.
108. Докажите, что частное при делении, определенном через разбиение множества на классы, единственно, если существует.
109. Докажите, что аксиоматика Пеано непротиворечива, если непротиворечива теория множеств.
110. Докажите, что если число a делит произведение b·c и взаимно просто с числом b, то a делит c.
111. Докажите, что отношение «не больше» на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано является отношением порядка.
112. Докажите, что произведение отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмеримо с этим отрезком.
113. Докажите, что сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.
114. Докажите, что для того, чтобы число a делило число b необходимо и достаточно, чтобы каждый простой множитель, входящий в разложение числа a, входил в разложение числа b в такой же или более высокой степени.
115. Докажите, что отношение порядка «не меньше» на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано связно.
116. Докажите, что первую аксиому Пеано нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
117. Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.
118. Докажите, что частное отрезков, соизмеримых с данным отрезком, соизмеримо с этим отрезком.
119. Докажите, что вторую аксиому Пеано нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
120. Докажите, что для каждого рационального числа, представленного обыкновенной дробью, существует единственное противоположное рациональное число.
121. Докажите, что для каждых множеств A, B существуют множество A1, равномощное с множеством A, и множество B1, равномощное с множеством B, такие, что $A \cap B = \varnothing$.

122. Докажите, что если число a составное, то у него есть неединичный натуральный делитель, не превосходящий $\sqrt{a}$.
123. Докажите, что отношение ≤ («не больше») на множестве целых неотрицательных чисел в системе Пеано является отношением дискретного порядка.
124. Докажите, что аксиому индукции нельзя вывести как теорему из двух других аксиом.
125. Докажите, что множество простых чисел бесконечно..
126. Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано вполне упорядочено.
127. Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
128. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, всегда существует.
129. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел, определенная через объединение множеств, единственна.
130. Докажите, что разность рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственна.
131. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно.
132. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственна, если существует.
133. Докажите, что существуют сколь угодно большие отрезки натурального ряда [a, b], состоящие только из составных чисел.
134. Докажите, что для любой пары целых чисел существует наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное этих чисел.
135. Докажите, что произведение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, всегда существует и единственно.
136. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, ассоциативно.
137. Докажите, что сумма целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
138. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано монотонно
139. Докажите, что множество целых неотрицательных чисел в системе Пеано архимедовски упорядочено.
140. Докажите, что наибольший общий кратный и наименьшее общее кратное связаны соотношением (a, b)[a, b]=ab.
141. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано единственно, если существует.
142. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, коммутативно.
143. Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, ассоциативно.
144. Докажите, что множество чисел в системе Пеано, состоящее из всех целых неотрицательных чисел, не превосходящих данное число, конечно.
145. Докажите, что наибольший общий делитель равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида.
146. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел в системе Пеано существует.
147. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел, определенное через объединение множеств, обладает нейтральным элементом.
148. Докажите, что умножение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, коммутативно.

149. Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по сложению.
150. Докажите, что отрезок натурального ряда является конечным множеством.
151. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
152. Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, обладает нейтральным элементом.
153. Докажите, что число с делится на произведение взаимно простых чисел а и b тогда и только тогда, когда с делится на а и с делится на b.
154. Докажите, что для каждого рационального ненулевого числа, представленного обыкновенной дробью, существует единственное обратное рациональное число.
155. Докажите, что отрезки натурального ряда [1, a] и [1, b] совпадают тогда и только тогда, когда a=b.
156. Докажите, что при делении на 2 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении на 2.
157. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, всегда существует.
158. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.
159. Докажите, что отрезки натурального ряда [1, a] содержится в отрезке [1, b] тогда и только тогда, когда $a \leq b$.
160. Докажите, что при делении или на 5 число дает такой же остаток, что и его последняя цифра при делении или на 5.
161. Докажите, что произведение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, единственно.
162. Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, удовлетворяет закону сокращения.
163. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано коммутативно.
164. Докажите, что если $a \neq b$, то отрезки натурального ряда [1, a] и [1, b] - не равномощны.
165. Докажите, что при делении на 4 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними двумя цифрами.
166. 3.Докажите, что умножение и сложение рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, связаны дистрибутивным законом.
167. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано ассоциативно.
168. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, ассоциативно.
169. Докажите, что если $a<b$, то в отрезке натурального ряда [1, b] содержится подмножество, равномощное отрезку [1, a].
170. Докажите, что при делении на 8 число дает такой же остаток, что и число, изображенное его последними тремя цифрами.
171. Докажите, что сложение и умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано связаны дистрибутивным законом.
172. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, коммутативно.
173. Докажите, что частное рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями (с ненулевым делителем), всегда существует и единственно.

174. Докажите, что каждое конечное не пустое множество равномощно некоторому отрезку натурального ряда.
175. Докажите, что система рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, упорядочиваема.
176. Докажите, что сложение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.
177. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает нейтральным элементом.
178. Докажите, что число при делении на 3 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
179. Докажите, что в любой числовой системе существует не более одного нейтрального элемента по умножению.
180. Докажите, что каждое конечное множество можно линейно упорядочить.
181. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является линейным.
182. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел в системе Пеано обладает свойством сократимости.
183. Докажите, что число при делении на 9 дает такой же остаток, что и его сумма цифр.
184. Докажите, что в системе Пеано уравнение $b+x=a$ имеет не более одного решения.
185. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является архимедовым.
186. Докажите, что при делении на 11 число дает такой же остаток, что и его знакопеременная сумма цифр.
187. Докажите, что существует единственный тип линейного упорядочения конечного множества.
188. Докажите, что умножение целых неотрицательных чисел, определенное через декартово произведение множеств, обладает аннулирующим элементом.
189. Докажите, что в системе Пеано уравнение $bx=a$, где $b\neq0$, имеет не более одного решения.
190. Докажите, что если система рациональных чисел существует, то каждое рациональное число представляется обыкновенной дробью.
191. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел, представленных обыкновенными дробями, является плотным.
192. Докажите, что существует не единственный тип линейного упорядочения бесконечного множества.

Примерные вопросы на экзамен (4 семестр):

1. Докажите, что если система рациональных чисел существует, то каждое рациональное число представляется обыкновенной дробью.
2. Докажите, что отношение равенства для обыкновенных дробей является отношением эквивалентности.
3. Докажите, что каждое положительное рациональное число имеет единственное представление в виде несократимой дроби.
4. Докажите, что каждое рациональное число можно представить периодической десятичной дробью.
5. Докажите, что каждая периодическая десятичная дробь изображает некоторое рациональное число.
6. Докажите, что сумма рациональных чисел всегда существует и единственна.
7. Докажите, что сложение рациональных чисел ассоциативно.
8. Докажите, что сложение рациональных чисел коммутативно.

9. Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел обладает нейтральным элементом.
10. Докажите, что для каждого рационального числа существует единственное противоположное рациональное число.
11. Докажите, что сложение на множестве рациональных чисел удовлетворяет закону сокращения.
12. Докажите, что разность рациональных чисел всегда существует и единственна.
13. Докажите, что произведение рациональных чисел всегда существует и единственно.
14. Докажите, что умножение рациональных чисел ассоциативно.
15. Докажите, что умножение рациональных чисел коммутативно.
16. Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел обладает нейтральным элементом.
17. Докажите, что для каждого рационального ненулевого числа существует единственное обратное рациональное число.
18. Докажите, что умножение на множестве рациональных чисел удовлетворяет закону сокращения.
19. Докажите, что умножение и сложение рациональных чисел связаны дистрибутивным законом.
20. Докажите, что частное рациональных чисел a, b (где $b \neq 0$) всегда существует и единственно.
21. Докажите, что система рациональных чисел упорядочиваема.
22. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел является линейным.
23. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел является архимедовым.
24. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел является плотным.
25. Докажите, что уравнение $x^2=p$, где p – простое число, не имеет решения во множестве рациональных чисел.
26. Покажите, что порядок в системе рациональных чисел не является непрерывным.
27. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является вполне упорядочением.
28. Докажите, что порядок в системе рациональных чисел не является дискретным.
29. Докажите, что сложение в системе рациональных чисел является монотонной функцией.
30. Докажите, что умножение в системе положительных рациональных чисел является монотонной функций.
31. Докажите, что множество рациональных чисел Q счётно.
32. Докажите, что каждая непериодическая десятичная дробь изображает иррациональное число.
33. Докажите, что множество действительных чисел из интервала (0, 1) несчётно.
34. Докажите, что множества точек прямой и интервала (0, 1) равномощны.
35. Докажите, что множество действительных чисел и множество точек прямой равномощны.
36. Докажите, что множество R действительных чисел равномощно множеству P(N) подмножеств множества натуральных чисел N.
37. Докажите, что сумма действительных чисел всегда существует и единственна.
38. Докажите, что каждое действительное число с любой точностью может быть представлено рациональными числами по недостатку и по избытку.
39. Докажите, что множество геометрических фигур и множество действительных чисел не равномощны.

40. Докажите, что отношение соизмеримости для отрезков является отношением эквивалентности.
41. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c, то сумма отрезков a+b тоже соизмерима с отрезком c.
42. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с отрезком c (и a>b), то разность отрезков a–b тоже соизмерима с отрезком c.
43. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с единичным отрезком c, то произведение отрезков a·b тоже соизмеримо с отрезком c.
44. Докажите, что если отрезки a, b соизмеримы с единичным отрезком c, то частное отрезков a:b тоже соизмеримо с отрезком c.
45. Докажите, что если дан единичный отрезок e, то произведение данных отрезков a, b можно построить с помощью циркуля и линейки
46. Докажите, что если дан единичный отрезок e, то частное данных отрезков a, b можно построить с помощью циркуля и линейки
47. Докажите, что если дан единичный отрезок e, то для данного отрезка a можно построить с помощью циркуля и линейки отрезок $\sqrt{a}$.
48. Докажите, что с помощью циркуля и линейки можно разделить данный отрезок на n равных частей.
49. Докажите, что для любого натурального n можно разделить данный угол на 2^n равных частей с помощью циркуля и линейки.
50. Докажите, что касательную к данной окружности, проходящую через данную точку, можно построить с помощью циркуля и линейки.
51. Докажите, что общую касательную к двум данным окружностям (если она существует) можно построить с помощью циркуля и линейки.
52. Докажите, что если длина отрезка x выражается через длины данных отрезков a, b, …, c и единичного отрезка e с помощью операций сложения, вычитания, умножения и деления и извлечения квадратного корня, то отрезок x можно построить с помощью циркуля и линейки.
53. Докажите, что золотое сечение отрезка можно построить с помощью циркуля и линейки.
54. Докажите, что сторона правильного десятиугольника, вписанного в окружность, разбивает радиус этой окружности в золотом сечении.
55. Докажите, что правильный десятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
56. Докажите, что правильный пятиугольник можно построить с помощью циркуля и линейки.
57. Докажите, что отношение равновеликости является отношением эквивалентности.
58. Докажите, что функция «длина отрезка» существует.
59. Докажите, что при изменении длины единичного отрезка в k раз численные значения длин отрезков изменятся в $\frac{1}{k}$ раз.
60. Докажите, что квадрат является квадрируемой фигурой.
61. Докажите, что прямоугольник является квадрируемой фигурой.
62. Докажите, что параллелограмм является квадрируемой фигурой.
63. Докажите, что трапеция является квадрируемой фигурой.
64. Докажите, что треугольник является квадрируемой фигурой
65. Покажите, что существуют равновеликие, но не равносоставленные фигуры.
66. Докажите, что прямоугольник и квадрат, имеющие равные площади, - равносоставлены.

67. Докажите, что треугольник и квадрат, имеющие равные площади, - равносоставлены.
68. Докажите, что прямоугольник и треугольник, имеющие равные площади, - равносоставлены.
69. Докажите, что равновеликие прямоугольники - равносоставлены
70. Докажите, что равновеликие треугольники - равносоставлены
71. Докажите, что при изменении длины единичного отрезка в k раз численные значения площади фигуры изменится в $\frac{1}{k^2}$ раз.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение

9.1. Основная учебная литература:

1. Горюшкин, А. П. Математика в начальной школе (теоретические основы начального курса математики). В 2 ч. Часть 1 : — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 290 с. // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: **http://www.iprbookshop.ru**

9.2. Дополнительная учебная литература:

1. Горюшкин, А. П. Математика в начальной школе (теоретические основы начального курса математики). В 2 ч. Часть 2 :— Саратов : Вузовское образование, 2020. — 362 с. // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru

10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося

Текущий контроль

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения модулей дисциплины (оценка)	Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся	
		Устный опрос, сообщение по вопросам семинарских (практических) занятий	Решение задач; составление задач; работа над обобщающими вопросами.
Высокий	отлично (зачтено)	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие	Верно решено от 91 до 100 % заданий (задач)

		исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием методической терминологии. Студентом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков). Студентом могут быть допущены отдельные недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно.	
Базовый	хорошо (зачтено)	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие знания всего программного материала, понимание существенных и несущественных признаков, причинно-следственные связи, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием методической терминологии. Студентом продемонстрирована в целом успешная сформированность компетенций (знаний, умений, навыков), вместе с тем имеют место отдельные пробелы в умении, студент не вполне осознанно, владеет навыками. Студентом могут быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки.	Верно решено от 76 до 90 % заданий (задач)
Пороговый	удовлетворительно (зачтено)	Оценивается ответ студента, которым даны недостаточно полные и развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Логика и последовательность изложения нарушены. Допущены ошибки в определении употреблении понятий.	Верно решено от 50 до 75 % заданий (задач)

		Студент с затруднением самостоятельно выделяет существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. Студентом в целом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков), вместе с тем имеют место несистематическое использование умений и фрагментарные навыки.	
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно (не зачтено)	Оценивается ответ студента, представляющей собой разрозненные знания с существенными ошибками. Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Отсутствуют конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная, методическая терминология не используется. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. Компетенции (знания, умения, навыки) по дисциплине не сформированы: теоретические знания имеются, но они разрознены, умения и навыков отсутствуют либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа на поставленные вопросы.	Верно решено верно менее 50 % заданий (задач)

Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	Уровень основание дисциплины	Критерии оценивания обучающихся (работ обучающихся)		
		Зачет	Экзамен	Контрольная работа
Высокий	Зачтено (отлично)	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Студентом	Оценивается работа, в которой полностью решены все поставленные задачи. Студент показал умение работать с научной и

		продемонстрированы глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием математической терминологии. Студентом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине. Студентом могут быть допущены отдельные недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно.	продемонстрированы глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием математической терминологии. Студентом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине. Студентом могут быть допущены отдельные недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно.	учебной литературой, На защите студентом продемонстрированы глубокое знание темы работы, умение использовать математическую терминологию, способность вести научную дискуссию, аргументировано отстаивать свою научную позицию по результатам работы. Выступление выстроено логично и последовательно, четко отражает результаты исследования. При защите студент дает правильные и обоснованные ответы на вопросы, свободно ориентируется в тексте работы. Студентом продемонстрирована готовность к самостоятельной профессиональной деятельности.
Базовый	Зачтено (хорошо)	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на	Оценивается ответ студента, которым даны полные, развернутые ответы на	Оценивается работа, в которой решены все поставленные задачи. Студент

		поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие знания всего программного материала, понимание существенных и несущественных признаков, причинно-следственные связи, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием математической терминологии. Студентом продемонстрирована в целом успешная сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине, вместе с тем имеют место отдельные пробелы в умении, студент не вполне осознанно, владеет навыками. Студентом могут	поставленные и дополнительные вопросы. Студентом продемонстрированы глубокие знания всего программного материала, понимание существенных и несущественных признаков, причинно-следственные связи, твердое знание основных положений смежных дисциплин. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения материала научный с использованием математической терминологии. Студентом продемонстрирована в целом успешная сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине, вместе с тем имеют место отдельные пробелы в умении, студент не вполне осознанно, владеет навыками. Студентом могут	показал умение работать с научной и учебной литературой, На защите студентом продемонстрированы глубокое знание темы работы, умение использовать математическую терминологию, способность вести научную дискуссию, аргументировано отстаивать свою научную позицию по результатам работы. Выступление выстроено логично и последовательно, четко отражает результаты исследования. При защите студент дает, в основном, правильные и обоснованные ответы на вопросы, свободно ориентируется в тексте работы. Студентом продемонстрирована готовность к самостоятельной профессиональной деятельности

		быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки.	быть допущены 2-3 неточности или незначительные ошибки.	
Пороговый	Зачтено (удовлетворительно)	Оценивается ответ студента, которым даны недостаточно полные и развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Логика и последовательность изложения нарушены. Допущены ошибки в определении употреблении понятий. Студент с затруднением самостоятельно выделяет существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. Студентом в целом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине, вместе с тем имеют место	Оценивается ответ студента, которым даны недостаточно полные и развернутые ответы на поставленные и дополнительные вопросы. Логика и последовательность изложения нарушены. Допущены ошибки в определении употреблении понятий. Студент с затруднением самостоятельно выделяет существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. Студентом в целом продемонстрирована сформированность компетенций (знаний, умений, навыков) по дисциплине, вместе с тем имеют место	Оценивается работа, в которой полностью решены все поставленные задачи. Студент показал умение работать с научной и учебной литературой, На защите студентом продемонстрированы глубокое знание темы работы, умение использовать математическую терминологию, способность вести научную дискуссию, аргументировано отстаивать свою научную позицию по результатам работы. Выступление выстроено логично, но не вполне последовательно, но отражает результаты исследования. При защите студент дает правильные и обоснованные ответы на вопросы,

		несистематическое использование умений и фрагментарные навыки.	несистематическое использование умений и фрагментарные навыки.	ориентируется в тексте работы. Студентом продемонстрирована готовность к самостоятельной профессиональной деятельности
Компетенции не сформированы	не зачтено Неудовлетворительно)	Ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа на поставленные вопросы или ответ представляет разрозненные знания с существенными ошибками. Ответ фрагментарен и не логичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Отсутствуют конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная, математическая терминология не используется. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. Компетенции	Ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа на поставленные вопросы или ответ представляет разрозненные знания с существенными ошибками. Ответ фрагментарен и не логичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Отсутствуют конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная, математическая терминология не используется. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента. Компетенции	Оценивается работа, в которой большинство задач не решено. При написании работы не были использованы современные источники и литература. Оформление работы не соответствует требованиям. В докладе студента отсутствует логика и последовательность, не приведены результаты исследования. Студент не ориентируется в тексте работы, при защите допускает грубые фактические ошибки при ответах на поставленные вопросы или вовсе не отвечает на них. Студентом продемонстрирована неготовность к

		(знаний, умений, навыков) по дисциплине не сформированы: теоретические знания имеются, но они разрознены, умения и навыков отсутствуют.	(знаний, умений, навыков) по дисциплине не сформированы: теоретические знания имеются, но они разрознены, умения и навыков отсутствуют.	самостоятельной профессиональной деятельности.

11. Материально-техническая база

Для проведения аудиторных занятий по дисциплине необходима следующая материально-техническая база: доска, мультимедийный проектор для демонстрации презентаций и видеоматериалов.