

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Меркулов Евгений Сергеевич

Должность: И.О.Резюме

Дата подписания: 31.07.2021 14:16:56

Уникальный программный ключ:

39428e82d614a3cd984f917b018f0fd2c07182daabc77db685db2d16370f6e7c

ОПОП

Рабочая программа

дисциплины

«Обобщенные функции в математической физике»

для направления

подготовки

«Математическое моделирование и вычислительные технологии»

СМК-РПД-В1.П2-2021

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)**

### ***Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике»***

**Направление подготовки:** 01.04.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль подготовки:** «Математическое моделирование и вычислительные технологии»

**Год набора:** 2021

**Квалификация выпускника:** магистр

**Форма обучения:** очно-заочная

**Курс 1          Семестр 1**

**Экзамен:** 1 семестр

Петропавловск-Камчатский, 2021 г.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 13.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины .....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП ВО.....	4
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине.....	4
4. Содержание дисциплины.....	5
5. Тематическое планирование.....	5
3 семестр.....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ.....	7
8. Перечень вопросов на зачет, экзамен .....	7
9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	8
10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента.....	9

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

### 1. Цель и задачи освоения дисциплины

*Целью освоения дисциплины* является расширение представления студентов о понятии функции путем введения обобщенных функций, изучение основных операций над обобщенными функциями, ознакомление с применениями обобщенных функций в уравнениях математической физики.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Обобщенные функции в математической физике» относится к блоку Б1 дисциплин вариативной части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения универсальных компетенций
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3. Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-3.1. Знает общие положения, связанные с понятием математической модели, основные подходы к построению и анализу математических моделей. ОПК-3.2. Умеет давать содержательную интерпретацию полученных результатов при проведении анализа математических моделей. ОПК-3.3. Владеет Имеет практический опыт исследования математических моделей при решении задач.
	ПК-3. Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых задач проектной и производственно-технологической деятельности	ПК-3.1. Знает общую постановку проблемы принятия оптимальных проектных решений, основные понятия и определения; основные элементы проблемы принятия оптимальных проектных решений, включая состояние внешней среды, цели и матрицу решений; основные методы и модели принятия оптимальных проектных решений в условиях определенности и неопределенности; аналитические и эвристические методы оптимизации проектных решений; прикладные аспекты процессов принятия оптимальных проектных решений в условиях полной и неполной информации. ПК-3.2. Умеет ставить задачи принятия оптимальных проектных решений, в различных предметных областях; априорно выбирать методы, модели или системы поддержки принятия решений; применять методы, модели или

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

		системы поддержки принятия решений для машинной генерации как оптимальных, так и приемлемых решений; грамотно анализировать и интерпретировать решения и оценки их полезности; представлять результаты решений в форме научного отчета. ПК-3.3. Владеет методами математического моделирования проектной и производственно-технологической деятельности; методами поддержки принятия решений для машинной генерации как оптимальных, так и приемлемых решений; информационными технологиями и системами оптимизации проектных решений.
	ПСК-2. Способность определения сферы применения результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ	ПСК-2.1. Знает методы разработки информационных, объектных, документных моделей производственных организаций. ПСК-2.2. Умеет применять методы разработки информационных, объектных, документных моделей производственных предприятий. ПСК-2.3. Владеет методами решения задач аналитического характера.

#### 4. Содержание дисциплины

Основные (пробные) функции, функционалы над ними. Действия над обобщенными функциями. Локальные свойства обобщенных функций. Степенные особенности. Свертка обобщенных функций. Обобщенные решения дифференциальных уравнений. Задача Штурма-Лиувилля: функция Грина и Резольвента. Обобщенные функции медленного роста и преобразование Фурье. Обобщенные функции многих переменных. Фундаментальные решения. Постановка и корректность задач математической физики. Обобщенные решения в математической физике.

#### 5. Тематическое планирование

##### Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Обобщенные функции в математической физике	2	6	0	64	72
	Всего	2	6	0	64	72

##### Тематический план

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
	<i>Лекции</i>		

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

1	Основные (пробные) функции, функционалы над ними. Действия над обобщенными функциями.	2	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
<i>Практические занятия</i>			
1	Свертка обобщенных функций.	2	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
2	Задача Штурма-Лиувилля: функция Грина и Резольвента.	2	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
3	Обобщенные функции медленного роста и преобразование Фурье.	2	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Локальные свойства обобщенных функций.	10	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
2	Степенные особенности.	12	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
3	Обобщенные решения дифференциальных уравнений.	12	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
4	Обобщенные функции многих переменных.	10	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
5	Фундаментальные решения.	10	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2
6	Обобщенные решения в математической физике.	10	ОПК-3, ПК-3, ПСК-2

## 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам практических занятий, выполнение практических заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- выполнение практических заданий;
- подготовка сообщений по вопросам практических занятий.

### 6.1. Темы практических занятий

Практическая работа №1. Свертка обобщенных функций.

Практическая работа №2. Задача Штурма-Лиувилля: функция Грина и Резольвента.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

Практическая работа №3. Обобщенные функции медленного роста и преобразование Фурье.

## 6.2. Внеаудиторная самостоятельная работа

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Форма СР	Трудоемкость (час.)
1	Обобщенные функции в математической физике	Локальные свойства обобщенных функций.	решение практических заданий	10
2		Степенные особенности.		12
3		Обобщенные решения дифференциальных уравнений.		12
4		Обобщенные функции многих переменных.		10
5		Фундаментальные решения.		10
6		Обобщенные решения в математической физике.		10
Итого				64

## 7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ

Учебным планом контрольные работы и курсовые работы по дисциплине Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» не предусмотрены.

## 8. Перечень вопросов на экзамен

- Задачи, приводящие к необходимости введения обобщенных функций.
- Пространства  $K^m$ ,  $K$ ,  $S$  основных функций. Сходимость. Примеры. Доказать, что  $K$  плотно в  $S$ .
- Доказать, что если  $\varphi(x) \in S$ , то функции  $\varphi^{(n)}(x)$  для любого  $n \geq 0$  абсолютно интегрируемы на всей прямой  $\mathbb{R}$ .
- Теорема о существовании основной функции  $\varphi \in K$ , равной единице на заданном компактном множестве.
- Определение обобщенной функции. Пространства обобщенных функций. Регулярные и сингулярные обобщенные функции.
- Равенство обобщенных функций. Носитель о.ф. Умножение о.ф. на бесконечно дифференцируемую функцию.
- Лемма дю Буа-Реймонда.
- Линейная замена аргумента в обобщенной функции. Четность дельта-функции Дирака.
- Производная о.ф. Корректность определения. Линейность и непрерывность. Связь с производной в обычном смысле.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

- 10.Ряды обобщенных функций. Почленная дифференцируемость рядов о.ф.
- 11.Доказать, что если ряд, составленный из обычных функций, сходится в смысле обобщенных функций на каждом компакте, то его можно почленно дифференцировать любое число раз, и полученные ряды будут сходиться в  $K'$ .
- 12.Пусть  $|a_k| \leq A|k|^m + B$  для некоторого  $m > 0$  и  $\forall k = 0 \pm 1, \pm 2, \dots$ . Тогда тригонометрический ряд  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{ikx}$  сходится в  $K'(R)$ .
- 13.Дельтообразные последовательности.
- 14.Первообразная обобщенной функции. Теорема о существовании.
- 15.Первообразные высших порядков обобщенных функций. Теорема о существовании.
- 16.Прямое произведение обобщенных функций. Корректность определения.
- 17.Доказать, что если  $g \in K'(R^m)$ ,  $\varphi \in K(R^{n+m})$ , то функция  $\varphi(x) = (g(y), \varphi(x, y))$  принадлежит  $K(R^n)$ , причем справедлива формула  $D^\alpha \varphi(x) = (g(y), D_x^\alpha \varphi(x, y))$ .
- 18.Свойства прямого произведения о.ф.
- 19.Свертка обычных функций. Случаи существования свертки.
- 20.Свертка обобщенных функций. Корректность определения и свойства.
- 21.Теорема о существовании свертки обобщенной функции с основной функцией.
- 22.Регуляризация обобщенных функций. Плотность пространства  $K$  в пространстве обобщенных функций  $K'$ .
- 23.Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье функций пространства Шварца. Примеры. Формула обращения преобразования Фурье.
- 24.Взаимная однозначность и непрерывность преобразования Фурье в пространстве Шварца.
- 25.Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Примеры и свойства.
- 26.Обратное преобразование Фурье обобщенных функций. Формула обращения.
- 27.Взаимная однозначность и непрерывность преобразования Фурье в пространстве  $S'$ .

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 9.1. Основная учебная литература:

1. Голубева, Н. Д. Уравнения математической физики : учебно-методическое пособие / Н. Д. Голубева, Л. Н. Смирнова. — Самара : Самарский государственный технический университет, 2020. — 55 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/105081.html> (дата обращения: 16.03.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Щербакова, Ю. В. Уравнения математической физики : учебное пособие / Ю. В. Щербакова, М. А. Миханьков. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1795-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/81065.html> (дата обращения: 16.03.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### 9.2. Дополнительная учебная литература:



ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

1. Осинцева, М. А. Уравнения математической физики : учебное пособие / М. А. Осинцева. — Тюмень : Тюменский индустриальный университет, 2019. — 82 с. — ISBN 978-5-9961-2013-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/101435.html> (дата обращения: 16.03.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Янов, С. И. Уравнения математической физики : учебно-методическое пособие / С. И. Янов. — Барнаул : Алтайский государственный педагогический университет, 2019. — 80 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/102791.html> (дата обращения: 16.03.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

## 10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося

### Текущий контроль

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения модулей дисциплины (оценка)	Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся		
		Устный/письменный опрос	Отчет по практической работе	Выполнение заданий самостоятельной работы
Высокий	отлично	Обучающийся ответил на все вопросы и продемонстрировал полноту знаний по изучаемому материалу	Содержит все задания лабораторной работы, оформлен в соответствии с требованиями	Студент безошибочно ответил на все основные вопросы, а также продемонстрировал свободное владение материалом при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент свободно владеет теоретическим материалом, безошибочно применяет его при решении задач, сформулированных в задании
Базовый	хорошо	Обучающийся ответил на	Содержит большинство зада-	Студент безошибочно ответил на основные вопросы, но не точно или не в полном объеме раскрыл

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»	

		большую часть вопросов и продемонстрировал понимание изучаемого материала	ний лабораторной работы, оформлен в соответствии с требованиями	дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент твердо владеет теоретическим материалом, может применять его самостоятельно или по указанию преподавателя
Пороговый	удовлетворительно	Ответ обучающегося содержал ошибки и недочеты	Содержит меньшую часть заданий лабораторной работы, оформление не соответствует требованиям	Студент затрудняется в ответах на вопросы и отвечает только после наводящих вопросов, демонстрирует слабое знание при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в основном правильно, но без достаточно глубокой проработки некоторых разделов; студент усвоил только основные разделы теоретического материала и по указанию преподавателя применяет его практически; на вопросы отвечает неуверенно или допускает ошибки
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно	Обучающийся не ответил на поставленные вопросы	Отчет не предоставлен	Студент не ответил ни на один вопрос; работа не выполнена

### Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения дисциплины	Критерии оценивания обучающихся (работ обучающихся)
		экзамен
Высокий	отлично	Студент показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
Базовый	хорошо	Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности
Пороговый	удовлетворительно	Студент показал фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины Б1.В.ДВ.03.01 «Обобщенные функции в математической физике» для направления подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, профиль подготовки «Математическое моделирование и вычислительные технологии»		

Компетенции не сформированы	неудовлетворительно	Студент не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
-----------------------------	---------------------	--

### 11. Материально-техническая база

Для проведения аудиторных занятий по дисциплине необходима следующая материально-техническая база: компьютерный кабинет, оборудованный мультимедийным проектором и интерактивной доской.